Оглавление

Введение **3**
1. Задача первая. Графоаналитический метод кинематического анализа плоских рычажных механизмов **5**
Пример 1.1. Общий случай **7**
Пример 1.2. Особое положение четырехзвенного рычажного механизма **9**
Пример 1.3. Кулисный механизм **9**
Пример 1.4. Сдвоенный кривошипно-ползунный механизм **11**
2. Определение параметров расчетной модели **13**
2.1. Задача вторая. Приведение сил и моментов сил **14**
Пример 2.1. Четырехзвенный рычажный механизм **15**
Пример 2.2. Кулисный механизм **16**
Пример 2.3. Сдвоенный кривошипно-ползунный механизм **17**
3. Задача третья. Приведение масс и моментов инерции **18**
Пример 3.1. Четырехзвенный рычажный механизм **18**
Пример 3.2. Кулисный механизм **20**
4. Задачи четвертая и пятая. Закон движения динамической модели **21**
Пример 4.1. Определение работы внешних сил **24**
Пример 4.2. Определение скорости движения **25**
Пример 4.3. Определение ускорения движения (первый способ) **26**
Пример 4.4. Определение ускорения движения (второй способ) **26**
Пример 4.5. Коэффициент неравномерности движения **28**
Пример 4.6. Изменение кинетической энергии механизма за цикл **29**
Пример 4.7. Анализ движения механизма по методу Н. И. Мерцалова **30**
Задачи для самостоятельного решения **32**
Список литературы **37**

УДК 621.01

Рецензент к.т.н. Белоус Валентина Владимировна

Плужников Борис Иванович

Синицын Владимир Васильевич

Люминарский Станислав Евгеньевич

ДВИЖЕНИЕ МЕХАНИЗМА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРИЛОЖЕННЫХ СИЛ

Методические указания к рубежному контролю по дисциплине

“Теория механизмов и машин"

Кратко изложены основные положения разделов «Кинематика» и «Динамика» дисциплины «Теория машин и механизмов», необходимые для выполнения рубежного контроля, объяснены принципы формирования карт рубежного контроля, рассмотрены примеры решения типовых задач для различных видов плоских рычажных механизмов и предложены задачи для самостоятельного решения.

Для студентов машиностроительных факультетов МГТУ им. Н. Э. Баумана.

Рекомендовано Учебно-методической комиссией Научно-учебного комплекса «Робототехника и комплексная автоматизация»

оглавление

Введение

Рубежный контроль знаний студентов “Движение механизма под действием заданных сил” включает в себя проверку знаний по двум разделам дисциплины “Теория механизмов и машин”, а именно: «Кинематика» и «Динамика». Он предполагает решение пяти задач, условия которых представлены на карте рубежного контроля (рис. 1). Каждая задача снабжена пятью ответами, из которых необходимо выбрать единственный ответ, соответствующий правильному ответу на поставленный вопрос.

Задачи рубежного контроля связаны определенной логикой, которая отражает алгоритм решения прямой задачи динамики – определение закона движения механизма при известных внешних силах и моментах, приложенных к нему. При этом предполагается, что для механизмов с одной степенью свободы, а только такие и представлены в картах, может быть использована одномассная динамическая модель.

Первая задача посвящена кинематическому анализу механизма и предполагает обязательное построение плана скоростей. Кроме того, при решении данной задачи необходимо знание основных понятий, таких как: звено, кинематическая пара, кинематическая схема механизма, а также освоение приемов для определения видов движения звеньев и правил построения планов скоростей, приобретение навыков в применении теоремы о сложении скоростей.

Вторая и третья задачи посвящены определению основных параметров динамической модели, т.е. определению приведенных к некоторому звену внешних сил и моментов сил, а также масс и моментов инерции. В связи с тем, что приведение параметров предполагает использование кинематических передаточных функций и передаточных отношений, результат решения этих задач зависит от правильности решения первой задачи.

Четвертая и пятая задачи не связаны с решениями предыдущих задач. Они предполагают знание студентами различных форм записи уравнения, описывающего движение одномассной динамической модели, и способов его решения как для установившегося, так и неустановившегося режимов движения. Результатами решения задач могут быть скорость и ускорение движения динамической модели, коэффициент неравномерности движения, работа внешних сил и изменение кинетической энергии за цикл работы механизма.

оглавление

(назад к тексту)

Кафедра теории механизмов и машин МГТУ им. Н.Э.Баумана

Рубежный контроль №1

Тема: "Движение механизма под действием сил"

Вариант 9

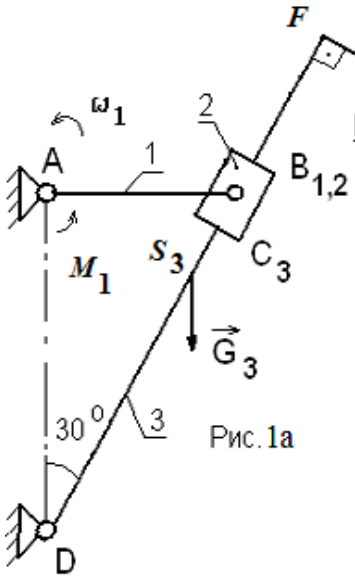


Рис. 1а

Исходные данные

L_{AB} = 0,4 м

L_{DF} = 1,5 L_{DC}

L_{DS_3} = 0,5 L_{DF}

ω_1 = 10 рад/с

F_3 =100Н

G_3 = 100Н

M_1 = 50 Нм

I_{3S} =1 кг. м^2

Задача 1

Определить величину скорости V_F точки F в заданном положении механизма.

Варианты ответов

№1	№2	№3	№4	№5
3,0	2,0	4,0	11,5	1,0

Задача 2

Выбрав за звено приведения звено 1 механизма, определить суммарный приведенный момент $M_\Sigma^{пр}$ Н·м от силы F_3 и момента M_1.

Варианты ответов

№1	№2	№3	№4	№5
-7.0	+20	+30	+80	-20

Задача 3

Выбрав за звено приведения звено 1 механизма, определить $I_3^{пр}$ звена 3, приняв g=10 м/с^2.

Варианты ответов

№1	№2	№3	№4	№5
0,225	62,5	6,25	0,2875	12,5

Задача 4

На рис. 1б представлен график зависимости суммарной работы от угла поворота звена приведения. Суммарный приведенный момент инерции имеет постоянную величину $I_\Sigma^{пр}$ = 2 кг·м^2. Определить величину угловой скорости ω рад/с звена приведения во втором положении, если в начальном положении $\omega_{нач}$= 5 рад/с.

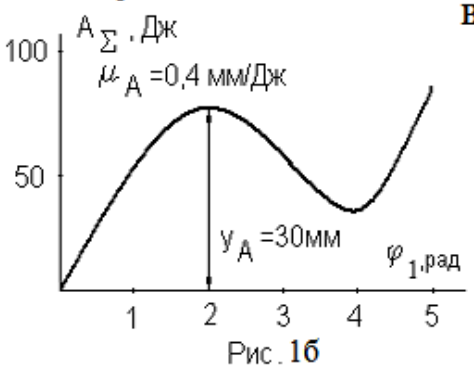


Рис. 1б

Варианты ответов

№1	100,0
№2	8,65
№3	35,0
№4	10,0
№5	27,4

Задача 5

На рис. 1в представлен график зависимости суммарного приведенного момента инерции $I_\Sigma^{пр}$ от угла поворота звена приведения.Определить угловое ускорение ε_1 звена приведения во втором положении, в котором $I_\Sigma^{пр}$ принимает минимальное значение, а суммарный приведенный момент $M_\Sigma^{пр}$ =12,5 Н·м.

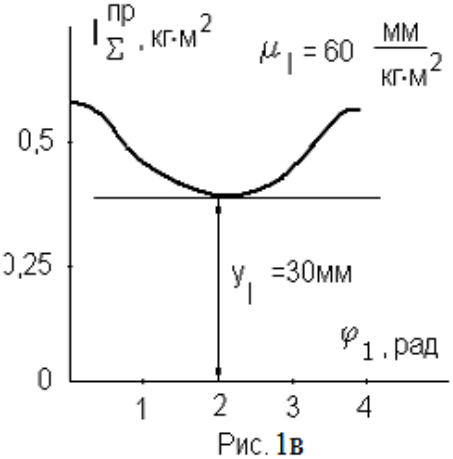


Рис. 1в

Варианты ответов

№1	0,04
№2	-2,5
№3	25,0
№4	-0,04
№5	-25,0

Рис. 1. Пример карты рубежного контроля

1. Задача первая. Графоаналитический метод кинематического анализа плоских рычажных механизмов

Кинематическое исследование плоских рычажных механизмов графоаналитическим методом основано на использовании теоремы “О сложном движении точки” (другое название теоремы – “О сложении скоростей”), изучаемой в рамках дисциплины “Теоретическая механика”. Она применяется как для плоского движения одного звена, так и для совместного движения двух звеньев механизма.

Теорема формулируется следующим образом: скорость в абсолютном движении равна геометрической сумме скоростей относительного и переносного движений. Под относительным движением принято понимать движение точки по отношению к подвижной системе отсчета, а переносным - движение самой этой системы и всех связанных с ней точек в “абсолютной системе отсчета” (в рассматриваемых задачах это неподвижная система координат).

Рассмотрим плоское движение некоторого материального тела (рис. 2).

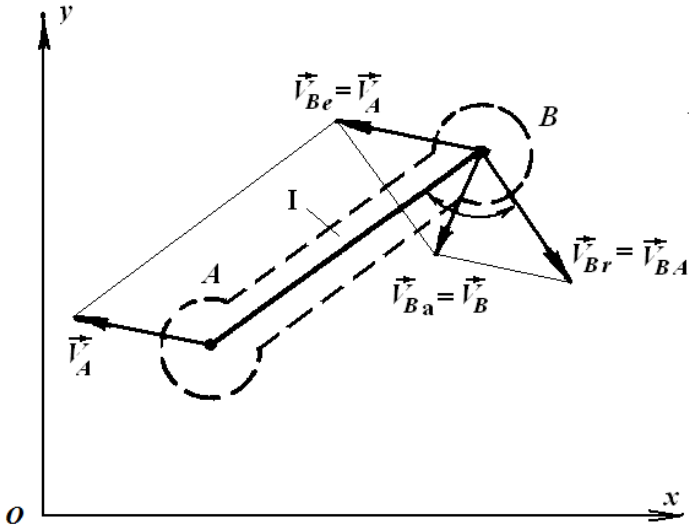


Рис. 2. Плоское движение материального тела

Применяя теорему о сложении скоростей для точки **B**, получим $\vec{V}_{Ba}=\vec{V}_{Be}+\vec{V}_{Br}$, где $\vec{V}_{Ba}$ - абсолютная скорость точки **B** (обозначим ее $\vec{V}_B$) относительно системы координат (x,O,y); $\mathbf{V}_{Be}$ - скорость точки **B** переносного поступательного движения вместе с точкой **A** этого звена (обозначим ее $\vec{V}_A$), т.е. $\vec{V}_{Be}=\vec{V}_A$; V_{Br} - скорость точки **B** в относительном движении, т.е. во вращении точки **B** вокруг точки **A** с угловой скоростью ω (обозначим ее $\vec{V}_{BA}$). Относительная скорость вычисляется следующим образом $\vec{V}_{Br}=\vec{\omega}\times\vec{AB}$.

оглавление

Таким образом, формула для определения скорости точки В будет иметь вид:

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}$$

Применим теперь теорему о сложном движении точки для случая, когда точки **А** и **В** совпадают, но принадлежат не одному материальному телу, а двум телам, движущимся относительно друг друга (рис.3) со скоростью $\vec{V}_{BA}$, так называемое сложносоставное движение.

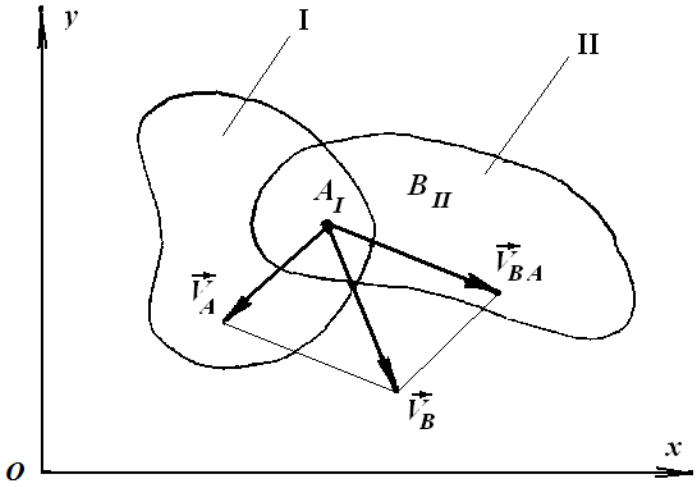


Рис. 3. Сложносоставное движение двух материальных тел

Абсолютная скорость точки **В**, принадлежащей второму телу, будет равна геометрической сумме векторов скорости точки **А**, принадлежащей первому телу (которая будет в этом случае “переносной скоростью”) и скорости точки **В** относительно точки **А** (которая будет “относительной скоростью”). Векторное уравнение будет иметь тот же вид

$$\vec{V}_B = \vec{V}_A + \vec{V}_{BA}.$$

Рассмотрим конкретные задачи по применению теоремы о сложном движении точки для определения линейных и угловых скоростей различных точек и звеньев плоских рычажных механизмов с низшими кинематическими парами. В задачах требуется определить либо правильное соотношение между величинами линейных скоростей различных точек механизма, либо величину скорости некоторой точки, либо правильное соотношение между угловыми скоростями звеньев, если известны размеры звеньев механизма и угловая скорость начального звена.

оглавление

Пример 1.1. Общий случай

Задана кинематическая схема кривошипно-коромыслового механизма (рис.4) и угловая скорость начального звена ω_1. Определить соотношение между скоростями точек механизма.

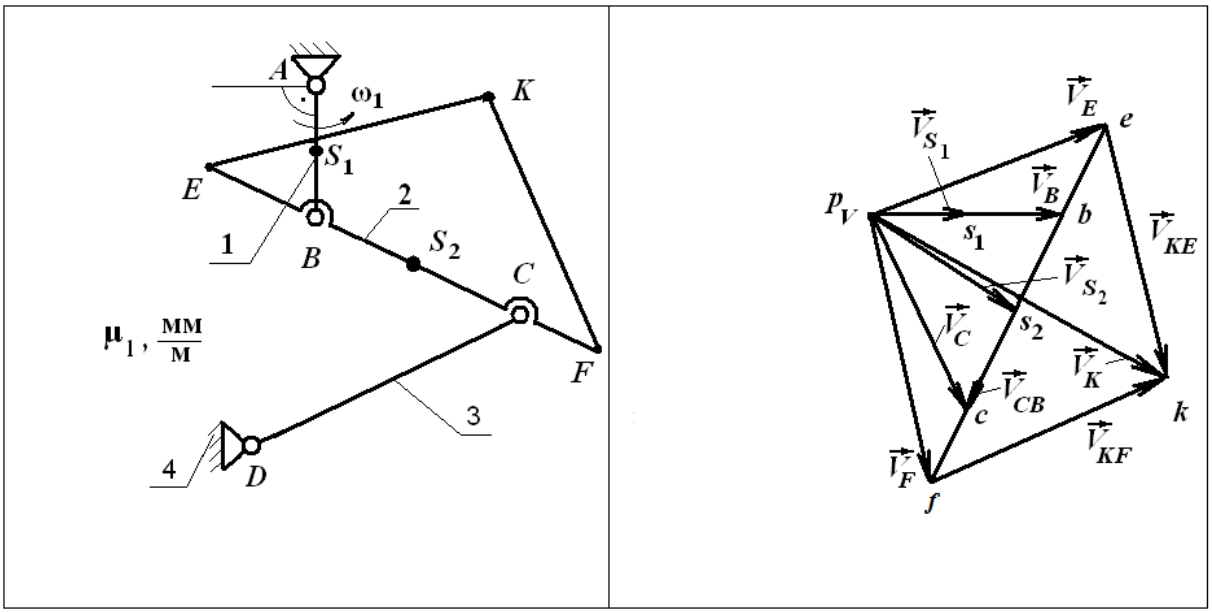


Рис. 4. Кинематическая схема механизма и план скоростей

Для ответа на поставленный вопрос необходимо построить план скоростей. Запишем векторное уравнение, связывающее скорости точек **B** и **C** звена 2, совершающего плоское движение:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}$$

Вектор определен, если известны точка его приложения, направление и величина. На точку приложения векторов скоростей указывают индексы соответствующих векторов. Величина и направление вектора определяются при рассмотрении конкретной схемы механизма и вида кинематических пар, соединяющих звенья между собой, т.е. того относительного движения звеньев, которое они допускают.

Условимся подчеркивать одной чертой тот вектор, который известен по направлению, двумя чертами – вектор, известный и по направлению и величине. Направления векторов скоростей очевидны из схемы механизма. Вектор скорости точки С направлен перпендикулярно третьему звену, т.к. точка С движется по окружности радиусом l_{DC}. Вектор скорости точки **B** направлен перпендикулярно первому звену, т.к. точка **B** движется по окружности радиусом l_{AB}, величина его равна $V_B = \omega_1 \cdot l_{AB}$. Вектор относительной скорости точки **C** направлен перпендикулярно **BC,** т.к. в этом движении точка **C** вращается вокруг точки **B.**

оглавление

Окончательно получим:

$$\underline{\vec{V}_C} = \underline{\underline{\vec{V}_B}} + \underline{\vec{V}_{CB}}$$

$$\perp DC \quad \perp AB \quad \perp CB$$

$$? \quad \omega_1 \cdot l_{AB} \quad ?$$

Векторное уравнение, имеющее две неизвестные величины, можно решить графически. Выбрав масштаб построения $\mu_v = \overline{p_v b} / \omega_1 \cdot l_{AB}$, мм / м · с$^{-1}$, можно определить величину скорости $\vec{V}_C$ по формуле $p_v c / \mu_v$, м / с.

Часто в задачах требуется определить скорости других точек звеньев. Применив теорему о сложном движении точки, определим скорость точки **E**:

$$\vec{V}_E = \underline{\underline{\vec{V}_B}} + \underline{\underline{\vec{V}_{EB}}}$$

$$? \quad \perp AB \quad \perp EB$$

$$\omega_1 \cdot l_{AB} \quad \omega_2 \cdot l_{EB}$$

Вектор скорости $\vec{V}_{EB}$ известен по направлению (перпендикулярен EB) и величине. Модуль этой скорости можно определить либо по формуле $V_{EB} = \omega_2 \cdot l_{EB}$, где $\omega_2 = V_{CB} / l_{CB}$, либо иначе, используя пропорцию $\frac{V_{EB}}{V_{CB}} = \frac{l_{EB}}{l_{CB}}$.

Аналогично определим скорости точек S_2 и F: $\frac{V_{S2B}}{V_{CB}} = \frac{l_{S2B}}{l_{CB}}$, $\frac{V_{FB}}{V_{CB}} = \frac{l_{FB}}{l_{CB}}$.

Скорость точки **K** определим из следующего уравнения: $\vec{V}_K = \underline{\underline{\vec{V}_E}} + \underline{\vec{V}_{KE}}$

$$?? \qquad \perp KE$$

Скорость точки **K** можно определить и другим способом: $\vec{V}_K = \underline{\underline{\vec{V}_F}} + \underline{\vec{V}_{KF}}$

$$?? \qquad \perp KF$$

Решив совместно два векторных уравнения для определения $\vec{V}_K$, получим на плане скоростей точку ***k***. Отрезок $p_V k$ на плане отображает величину и направление искомой скорости $\vec{V}_K$. Следует заметить, что получившийся треугольник на плане скоростей $\Delta\ fke$ подобен треугольнику $\Delta\ FKE$ на кинематической схеме механизма, причем повернут по отношению к нему на угол $\frac{\pi}{2}$ в сторону ω_2.

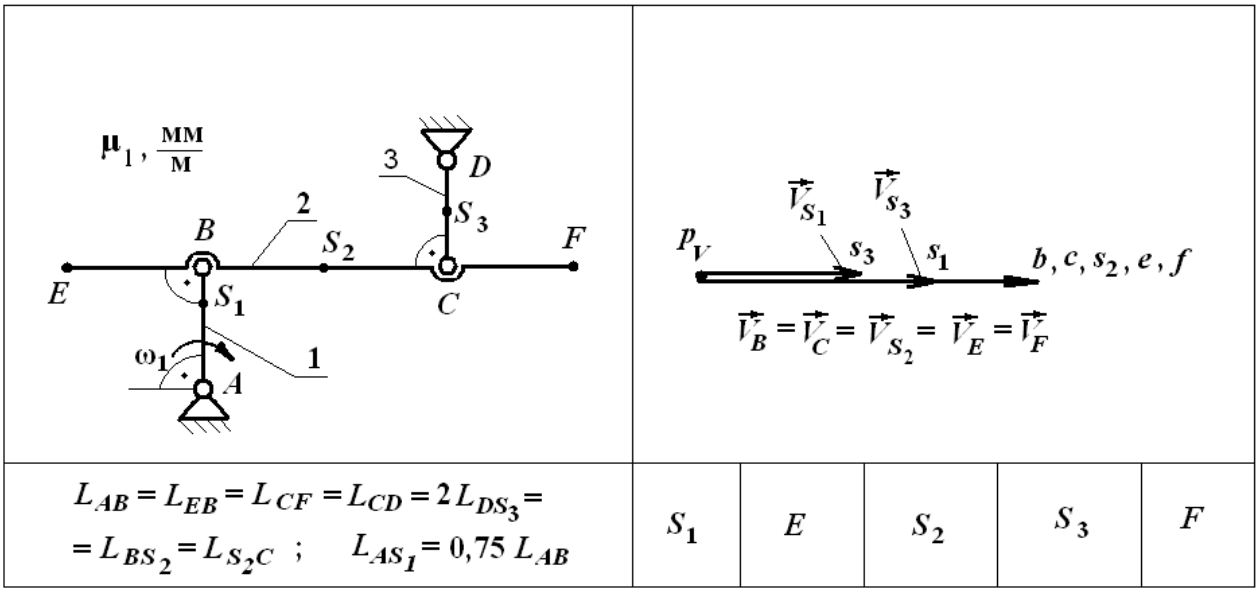
Соотношения между линейными скоростями точек механизма определяются из выполненного в масштабе плана скоростей.

оглавление

Пример 1.2. Особое положение четырехзвенного рычажного механизма

В задачах рубежного контроля рычажные механизмы иногда находятся в так называемых “особых” положениях, когда некоторые скорости равны нулю (рис. 5).

(к примеру 2.1) *(к примеру 3.1)*



$L_{AB}=L_{EB}=L_{CF}=L_{CD}=2L_{DS_3}=$ $=L_{BS_2}=L_{S_2C}$; $L_{AS_1}=0{,}75\,L_{AB}$	S_1	E	S_2	S_3	F

Рис. 5. Кинематическая схема механизма и план скоростей

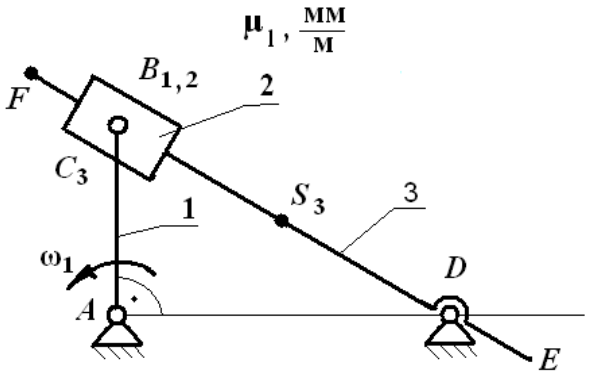
Предположим, что необходимо определить, какая точка механизма в заданном положении обладает наименьшей скоростью. Методика решения задачи остается той же. Построив план скоростей, и сравнив по величине скорости различных точек, определяем, что наименьшая скорость у точки S_3.

Пример 1.3. Кулисный механизм

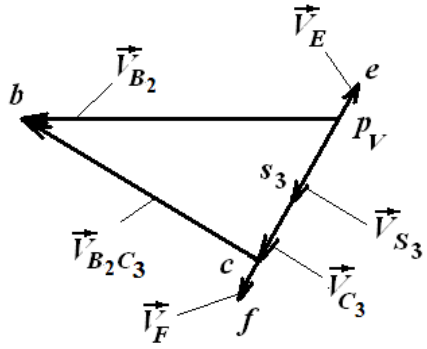
Кинематические схемы кулисных механизмов представлены на рисунках 6 и 7. Отличительной чертой любого кулисного механизма является обязательное присутствие в его составе звена, совершающего сложносоставное движение. В рассматриваемых примерах это – звено 2, т.к. оно не может совершать четко определенное движение без звена 3 и их движение надо рассматривать совместно. Необходимо отметить, что во всех примерах относительное движение поступательное, а переносное движение разное.

оглавление

(к примеру 2.2) *(к примеру 3.2)*



$L_{CD} = 2\,L_{AB}$; $L_{FC} = L_{DE} = 0{,}5\,L_{AB}$; $L_{CS_3} = L_{AB}$



$V_{B_2} < V_{C_3}$	$V_{S_3} > V_{C_3}$	$V_F < V_E$	$V_{C_3} = 0{,}5 V_{B_2}$	$V_{S_3} > V_{B_2C_3}$

Рис. 6. Кинематическая схема кулисного механизма и план скоростей

В этой задаче необходимо указать правильное соотношение между величинами линейных скоростей различных точек механизма. Пусть точка В принадлежит одновременно звеньям 1 и 2, а совпадающая с ней точка С принадлежит звену 3. Тогда $V_{B1} = \omega_1 \cdot l_{AB}$ и $\vec{\mathbf{V}}_{B1} = \vec{\mathbf{V}}_{B2}$, т.к. относительное вращение звеньев 1 и 2 не оказывает влияние на линейную скорость точки В. В общем случае теорема о сложении скоростей говорит, что абсолютная скорость складывается из скорости переносного движения одного звена и относительной скорости движения другого звена: $\vec{V}_a = \vec{V}_e + \vec{V}_r$

В приложении к рассматриваемому механизму уравнение выглядит так – сложное движение звена 2 складывается из переносного движения звена 3 и относительного движения звена 2 по звену 3: $\vec{V}_{B2} = \vec{V}_{C3} + \vec{V}_{B2C3}$

$\perp AB \quad \perp CD \quad \| CD$

$\omega_1 \cdot l_{AB} \quad ? \quad ?$

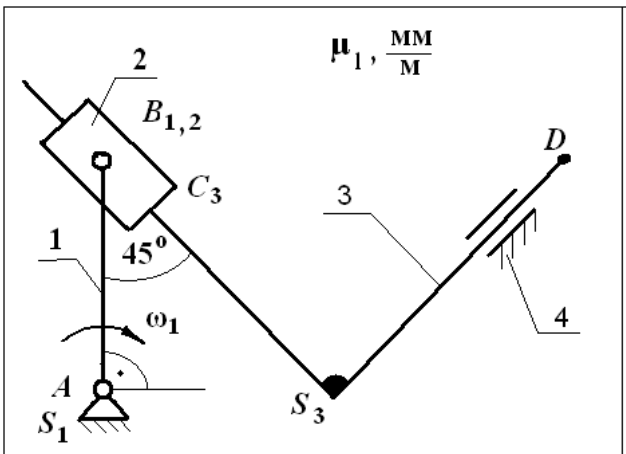
Построив план скоростей, определим величины скоростей $\vec{V}_{C3}$ и $\vec{V}_{B2C3}$, а величины скоростей точек F,E и S_3 определим из соотношений:

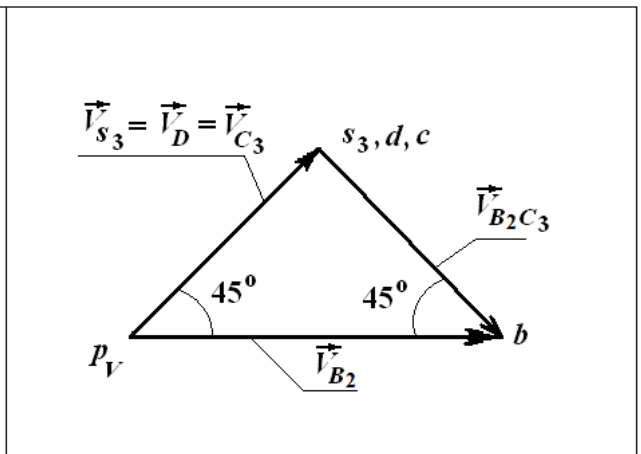
$$\frac{V_F}{l_{FD}} = \frac{V_{C3}}{l_{CD}}; \qquad \frac{V_E}{l_{ED}} = \frac{V_{C3}}{l_{CD}}; \qquad \frac{V_{S3}}{l_{S3D}} = \frac{V_{C3}}{l_{CD}}.$$

Из плана скоростей находим, что $V_{C3} = 0{,}5 \cdot V_{B2}$.

оглавление

В кулисном механизме, кинематическая схема которого приведена на рис. 7, переносное движение звена 2 - поступательное.





$L_{C_3S_3} = L_{S_3D} = 1{,}5\,L_{AB}$	$V_{B_2} < V_{s_3}$	$V_{B_2} > V_{C_3}$	$V_{C_3} > V_D$	$V_{B_2} < V_D$	$V_{C_3} < V_D$

Рис.7. Кинематическая схема и план скоростей кулисного механизма.

Сложное движение звена 2 можно описать следующим уравнением:

$$\vec{V}_{B2} = \vec{V}_{C3} + \vec{V}_{B2C3}$$

$$\perp AB \quad \| S_3D \quad \| C_3S_3$$

$$\omega_1 \cdot l_{AB} \quad ? \qquad ?$$

Построив план скоростей, определяем, что $|\vec{V}_{C3}| = |\vec{V}_{B2C3}|$. Так как звено 3 совершает поступательное движение, то скорости всех точек равны между собой $\boldsymbol{V}_{C3} = \boldsymbol{V}_{S3} = \boldsymbol{V}_D$. Следовательно, из пяти приведенных ответов верным является соотношение $V_{B2} > V_{C3}$.

Пример 1.4. Сдвоенный кривошипно-ползунный механизм

Задана кинематическая схема сдвоенного кривошипно-ползунного механизма (рис. 8). Необходимо определить, какой из пяти ответов неправильно определяет соотношение скоростей точек механизма в заданном положении. В данном механизме звено 1 вращается, звенья 3 и 5 движутся поступательно, а звенья 2 и 4 совершают плоское движение.

оглавление

(к примеру 2.3)

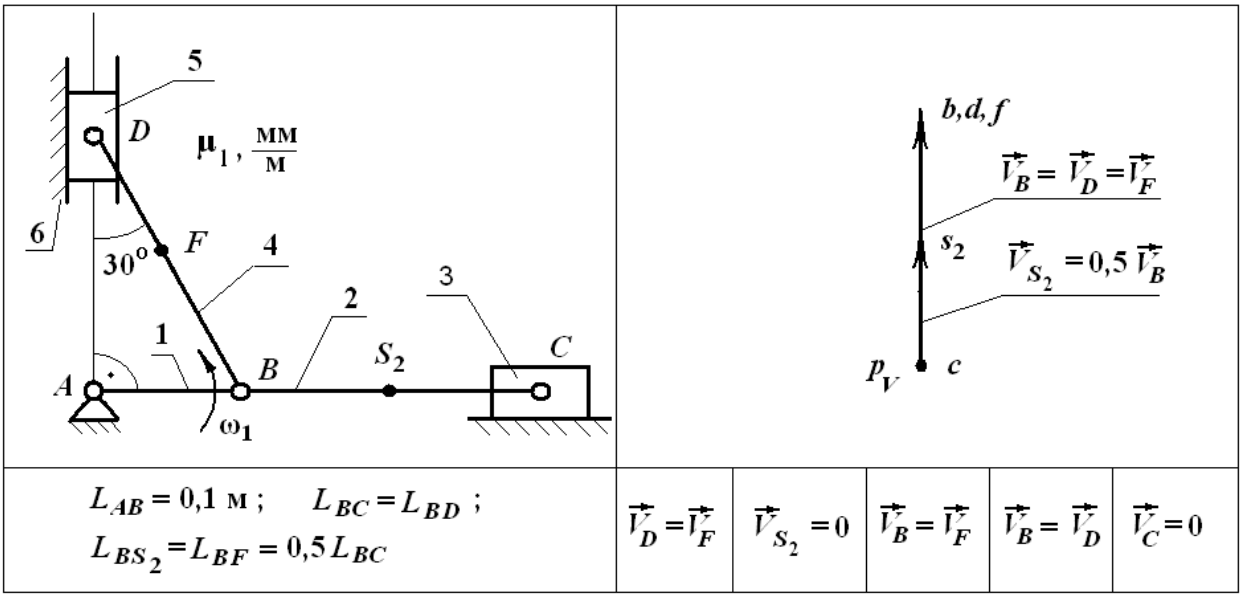


Рис.8. Кинематическая схема и план скоростей механизма.

Плоское движение звена 2 описывается уравнением:

$$\vec{V}_C = \vec{V}_B + \vec{V}_{CB}$$

$$\| BC \quad \perp AB \quad \perp BC$$

$$? \quad \omega_1 \cdot l_{AB} \quad ?$$

Из решения уравнения следует, что $\vec{V}_C = 0$, т.е. звено 3 неподвижно, и $\vec{V}_{CB} = -\vec{V}_B$, т.е. звено 2 мгновенно вращается (только в этом положении).

Скорость точки S_2 определяется из соотношения $\frac{V_{S2B}}{V_{CB}} = \frac{l_{BS2}}{l_{CB}}$.

Плоское движение звена 4 описывается уравнением

$$\vec{V}_D = \vec{V}_B + \vec{V}_{DB}$$

$$\| DA \perp AB \perp DB$$

$$? \quad \omega_1 \cdot l_{AB} \quad ?$$

Решением уравнения является $\vec{V}_D = \vec{V}_B = \vec{V}_F$, т.е. звено 4 движется мгновенно поступательно.

Анализ движений, совершаемых звеньями механизма в конкретном положении механизма, позволяет сделать заключение, что скорость точки S_2 не может равняться нулю, т.к. звено 2 мгновенно вращается.

оглавление

2. Определение параметров расчетной модели

Во всех предложенных задачах рассматриваются механизмы, звеном приведения которых выбрано входное звено – кривошип и одномассная динамическая модель имеет вид, представленный на рис. 9.

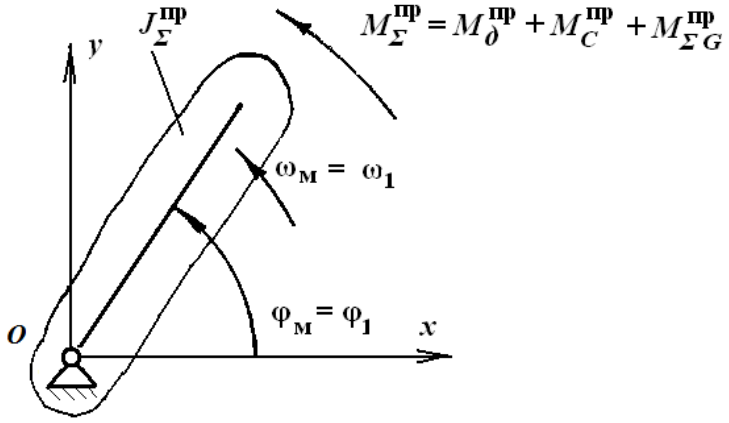


Рис. 9. Одномассная динамическая модель

Модель будет двигаться также как и звено приведения ($\varphi_M = \varphi_1$ и $\omega_M = \omega_1$) только при выполнении нескольких условий, которые вытекают из уравнения, описывающего это движение.

Само же уравнение движения модели является формализованной записью теоремы об изменении кинетической энергии системы. Эта теорема утверждает, что изменение кинетической энергии системы при ее перемещении из одного положения в другое равно сумме работ всех внешних и внутренних сил, действующих на систему, на соответствующих перемещениях точек их приложения.

$$T - T_{нач} = A_д + A_C + A_G + A_T \ ,$$

где T - текущее значение кинетической энергии механизма, нагруженного активными силами и моментами сил (движущими, сопротивления, тяжести), а также силами трения в кинематических парах механизма;

$T_{нач}$ - значение кинетической энергии механизма в начальный момент времени;

$A_д$ - работа движущих сил и моментов сил;

A_C - работа сил и моментов сопротивления;

A_G - работа сил тяжести звеньев;

A_T - работа сил трения в кинематических парах (обычно ею пренебрегают, т.к. она имеет малые значения).

оглавление

Для решения уравнения движения модели необходимо определить кинетическую энергию и работу активных сил, действующих на неё.

2.1. Задача вторая. Приведение сил и моментов сил

В основе приведения сил и моментов сил лежит равенство элементарных работ реального силового фактора (силы или момента силы) на элементарных перемещениях (точки или звена) и приведенного момента, приложенного к модели (звену приведения), на элементарном перемещении модели (звена).

Приведение сил. Реальная сила $\vec{F}$ известна по величине и направлению, приложена в точке B, скорость которой равна $\vec{V}_B$:

$$dA_F = dA(M_F^{np}) \quad \text{или} \quad F \cdot dS_B \cdot \cos(\vec{F}, \hat{d\vec{S}_B}) = M_F^{np} \cdot d\varphi_1 \ .$$

Присутствие в этой формуле сомножителя в виде косинуса угла между направлениями вектора силы и перемещения (вектором скорости) учитывает тот факт, что работу может совершать только тангенциальная составляющая силы.

Разделив правую и левую части уравнения на dt, получим:

$$M_F^{np} = F \cdot \frac{V_B}{\omega_1} \cdot \cos\left(\hat{\vec{F}, \vec{V}_B}\right)$$

Приведение моментов сил. Реальный момент M_i приложен к i - тому звену, угловая скорость которого равна ω_i.

$$dA(M_i) = dA(M_i^{ПР}) \quad \text{или} \quad M_i \cdot d\varphi_i = M_i^{np} \cdot d\varphi_1 .$$

Разделив правую и левую части выражения на dt, получим:

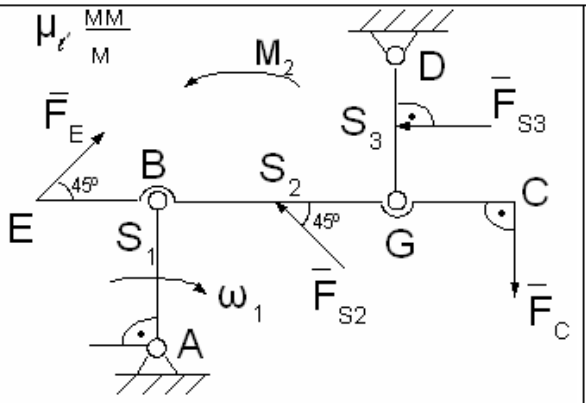
$$M_i^{np} = M_i \cdot \frac{\omega_i}{\omega_1} .$$

Рассмотрим решение 3-х задач по определению значений приведенных моментов или соотношений между ними. Рычажные механизмы рассматриваются те же, что и при определении скоростей точек и угловых скоростей звеньев механизмов.

оглавление

Пример 2.1. Четырехзвенный рычажный механизм

На рис. 11 представлена схема рычажного механизма, кинематический анализ которого был проведен ранее. Заданы направления и точки приложения векторов сил $\vec{F}_E$, $\vec{F}_{S2}$, $\vec{F}_{S3}$, $\vec{F}_C$, направление и звено приложения момента M_2, направление угловой скорости звена 1. Необходимо определить, какой из приведенных моментов $M_{Fc}^{ПР}$, $M_{FS2}^{ПР}$, $M_{FE}^{ПР}$, $M_{FS3}^{ПР}$, $M_{M_2}^{ПР}$ положителен.



$M_{FC}^{ПР} = F_C \frac{V_C}{\omega_1} \cos 90^0 = 0$

$M_{FS2}^{ПР} = F_{S2} \frac{V_{S2}}{\omega_1} \cos 135^0 < 0$

$M_{FS3}^{ПР} = F_{S3} \frac{V_{S3}}{\omega_1} \cos 180^0 < 0$

$M_{FE}^{ПР} = F_E \frac{V_E}{\omega_1} \cos 45^0 > 0$

$M_{M2}^{ПР} = \frac{V_{CB}}{l_{CB}} \cdot \frac{l_{AB}}{V_B} = 0$

Исходные данные приведены на рис. 5.	$M_{FC}^{ПР}$	$M_{FS2}^{ПР}$	$M_{FS3}^{ПР}$	$M_{FE}^{ПР}$	$M_{M2}^{ПР}$

Рис.11. Четырехзвенный рычажный механизм

Для решения используем план возможных скоростей, изображенный на рисунке 5, и определяем направления скоростей точек приложения сил. С учетом этих направлений записываем формулы для определения приведенных моментов:

$$M_{F_E}^{ПР} = F_E \cdot \frac{V_E}{\omega_1} \cdot \cos 45^0 > 0,$$

$$M_{F_C}^{ПР} = F_C \cdot \frac{V_C}{\omega_1} \cdot \cos\left(\vec{F}_C \hat{,} \vec{V}_C\right) = F_C \cdot \frac{V_C}{\omega_1} \cdot \cos 90^0 = 0,$$

$$M_{FS2}^{ПР} = F_{S2} \cdot \frac{V_{S2}}{\omega_1} \cdot \cos\left(\vec{F}_{S2} \hat{,} \vec{V}_{S2}\right) = F_{S2} \cdot \frac{V_{S2}}{\omega_1} \cdot \cos 135^0 < 0,$$

$$M_{FS3}^{ПР} = F_{S3} \cdot \frac{V_{S3}}{\omega_1} \cdot \cos\left(\vec{F}_{S3} \hat{,} \vec{V}_{S3}\right) = F_{S3} \cdot \frac{V_{S3}}{\omega_1} \cdot \cos 180^0 < 0,$$

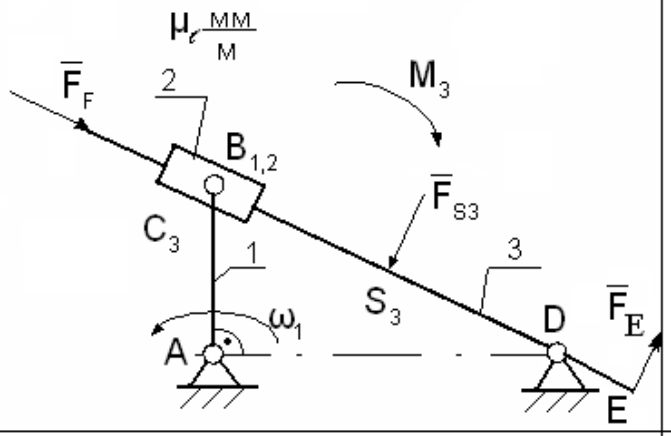
$$M_{M_2}^{ПР} = M_2 \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} = M_2 \cdot \frac{V_{CB}}{l_{CB}} \cdot \frac{l_{AB}}{V_B} = 0, \text{ т.к. } V_{CB} = 0.$$

Положительным является приведенный момент силы $M_{F_E}^{ПР}$.

оглавление

Пример 2.2. Кулисный механизм

На рис. 12 представлена схема кулисного механизма. Заданы величины, направления и точки приложения сил $\vec{F}_F$, $\vec{F}_E$, $\vec{F}_{S3}$ и момента M_3. Выбрав за звено приведения кривошип 1, определить величину суммарного приведенного момента $M_\Sigma^{ПР}$. Длина 1 звена равна l_{AB} = 0,1 м.



$M_{FF}^{пр} = F_F \frac{V_F}{\omega_1} \cos 90^0 = 0$

$M_{FE}^{пр} = F_E \frac{V_E}{\omega_1} \cos 0^0 = +F_E \cdot \frac{l_1}{8} =$

$= +0{,}1[н \cdot м]$

$M_{FS3} = F_{S3} \frac{V_{S3}}{\omega_1} \cos 0^0 = +F_{S3} \cdot \frac{l_1}{4} =$

$= +0{,}1[н \cdot м]$

$M_{M3} = -M_3 \frac{V_B}{l_{BD}} \cdot \frac{l_{AB}}{V_{AB}} = -\frac{M_3}{4} = -0{,}1$

Исходные данные приведены на рис. 6 и $F_F = F_E = 8н; M_3 = 0{,}4н \cdot м; F_{S3} = 4н; l_{AB} = 0{,}1м$	0,3	0,2	-0,3	0,1	-0,1

Рис.12. Кулисный механизм

План возможных скоростей для заданного положения механизма приведен на рисунке 6.

$$M_{FF}^{ПР} = F_F \cdot \frac{V_F}{\omega_1} \cdot \cos\left(\vec{F}_F \hat{,} \vec{V}_F\right) = F_F \cdot \frac{V_F}{\omega_1} \cdot \cos 90^0 = 0,$$

$$M_{FE}^{ПР} = F_E \cdot \frac{V_E}{\omega_1} \cdot \cos\left(\vec{F}_E \hat{,} \vec{V}_E\right) = F_E \cdot \frac{V_E}{\omega_1} \cdot \cos 0^0 = F_E \cdot \frac{V_E}{\omega_1},$$

где $\frac{V_E}{\omega_1} = \frac{\omega_3}{\omega_1} \cdot l_{DE} = \frac{V_C}{l_{CD}} \cdot \frac{l_{DE}}{V_B} \cdot l_{AB} = \frac{l_{AB}}{8}$, т.к. $V_C = \frac{V_B}{2}$, $l_{DE} = \frac{l_{AB}}{2}$, $l_{CD} = 2 \cdot l_{AB}$.

Следовательно, $M_{FE}^{ПР} = F_E \cdot \frac{l_1}{8} = 8 \cdot \frac{0.1}{8} = 0.1\ Нм$.

$$M_{FS3}^{ПР} = F_{S3} \cdot \frac{V_{S3}}{\omega_1} \cdot \cos\left(\vec{F}_{S3} \hat{,} \vec{V}_{S3}\right) = F_{S3} \cdot \frac{V_{S3}}{\omega_1} \cdot \cos 0^0 = F_{S3} \cdot \frac{V_{S3}}{\omega_1},$$

где $\frac{V_{S3}}{\omega_1} = \frac{\omega_3}{\omega_1} \cdot l_{DS3} = \frac{V_C}{l_{CD}} \cdot \frac{l_{DS3}}{V_B} \cdot l_{AB} = \frac{l_{AB}}{4}$, т.к. $V_C = \frac{V_B}{2}$, $l_{DS3} = l_{AB}$, $l_{CD} = 2 \cdot l_{AB}$.

Отсюда $M_{FS3}^{ПР} = F_{S3} \cdot \frac{l_1}{4} = 4 \cdot \frac{0.1}{4} = 0.1\ Нм$.

оглавление

$$M_{M3}^{ПР} = -M_3 \cdot \frac{\omega_3}{\omega_1} \ .$$

Знак “минус” говорит о том, что угловая скорость звена ω_3 и M_3 направлены в противоположные стороны.

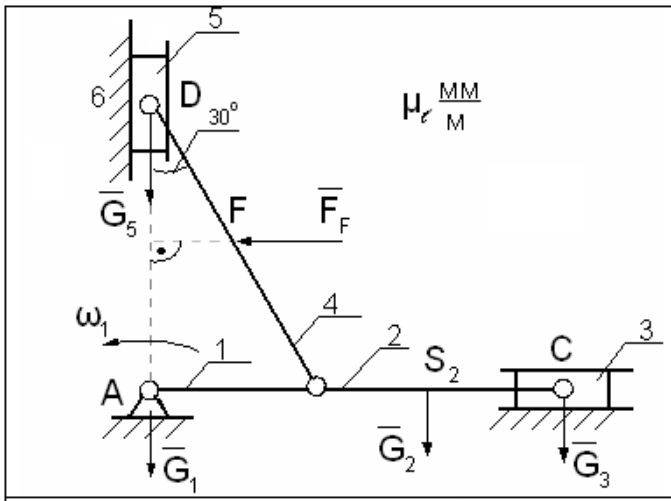
$$M_{M3}^{ПР} = -M_3 \cdot \frac{V_C}{l_{CD}} \cdot \frac{l_{AB}}{V_B} = -\frac{M_3}{4} = -0.1\ Нм\text{, т.к. } V_C = \frac{V_B}{2},\ l_{CD} = 2 \cdot l_{AB}.$$

Итак, суммарный приведенный момент равен

$$M_{\Sigma}^{ПР} = M_{FE}^{ПР} + M_{FS3}^{ПР} + M_{M3}^{ПР} = 0.1 + 0.1 - 0.1 = 0.1\ Нм\ .$$

Пример 2.3. Сдвоенный кривошипно-ползунный механизм

На рис. 13 показана схема сдвоенного кривошипно-ползунного механизма. Определить, какой из приведенных моментов $M^{ПР}$ сил $\vec{F}_F$, $\vec{G}_1$, $\vec{G}_2$, $\vec{G}_3$, $\vec{G}_5$ наибольший по абсолютной величине при заданных исходных данных.



$M_{G3}^{пр} = G_3 \frac{V_C}{\omega_1} \cos(\overline{G}_3, \overline{V}_C) = 0$

$M_{G2}^{пр} = G_2 \frac{V_{S2}}{\omega_1} \cos 180^0$

$M_{FF}^{пр} = F_F \frac{V_F}{\omega_1} \cos 90^0 = 0$

$M_{G5}^{пр} = G_5 \frac{V_D}{\omega_1} \cos 180^0$

$M_{G1}^{пр} = G_1 \frac{V_A}{\omega_1} \cos(\overline{G}_1, \overline{V}_A) = 0$

Исходные данные приведены на рис. 8 и $F_F = G_1 = G_2 = G_3 = G_5$ $l_{AB} = 0{,}1$м	$M_{G3}^{пр}$	$M_{G5}^{пр}$	$M_{G2}^{пр}$	$M_F^{пр}$	$M_D^{пр}$

Рис.13. Сдвоенный кривошипно-ползунный механизм

Воспользуемся планом скоростей, представленным на рис. 8. Очевидно, что приведенный момент силы $\vec{F}_F$ равен нулю, т.к. $\angle(\vec{F}_F, \vec{V}_F) = 90^0$, т.е. $M_{FF}^{np} = 0$. Приведенные моменты сил $\vec{G}_1$ и $\vec{G}_3$ также равны нулю: $M_{G1}^{np} = 0$, $M_{G3}^{np} = 0$. Точка приложения силы $\vec{G}_1$ (т. A) неподвижна, а скорость точки приложения силы $\vec{G}_3$ (т. C) равна нулю. Осталось определить, какой из приведенных моментов сил $\vec{G}_2$ и $\vec{G}_5$ больше.

оглавление

$$\left|M_{G2}^{ПР}\right| = G_2 \cdot \frac{V_{S2}}{\omega_1} \qquad \left|M_{G5}^{ПР}\right| = G_5 \cdot \frac{V_D}{\omega_1}$$

Из плана возможных скоростей видно, что $V_D = 2 \cdot V_{S2}$, следовательно, $\left|M_{G5}^{ПР}\right| > \left|M_{G2}^{ПР}\right|$.

3. Задача третья. Приведение масс и моментов инерции

В основе метода приведения масс лежит равенство кинетической энергии реально движущегося механизма и кинетической энергии динамической модели. Кинетическая энергия тела, совершающего плоское движение, равна

$$T_i = m_i \cdot \frac{V_{Si}^2}{2} + I_{iS} \cdot \frac{\omega_i^2}{2},$$

где m_i - масса тела, V_{Si} - скорость его центра масс, I_{iS} - момент инерции тела относительно его центра масс, ω_i - угловая скорость тела.

Если тело совершает поступательное движение, то в приведенной выше формуле второе слагаемое равно нулю. Как указывалось выше, в качестве динамической модели чаще всего выбирают звено, совершающее вращательное движение. В этом случае расчетная динамическая модель, заменяющая реальный механизм, должна обладать неким приведенным моментом инерции, рассчитанным из условия

$$T_{МОДЕЛИ} = T_{МЕХАНИЗМА}, \text{ где } T_{МОДЕЛИ} = I_м^{пр} \cdot \frac{\omega_м^2}{2}.$$

Кинетическая энергия механизма определяется как сумма кинетических энергий его подвижных звеньев

$$T_{МЕХАНИЗМА} = \Sigma T_i \ .$$

Рассмотрим вышесказанное на конкретных примерах.

Пример 3.1. Четырехзвенный рычажный механизм

Задана схема механизма, представленная на рис. 5. Выбрав за звено приведения звено 1, необходимо определить приведенный момент инерции динамической модели, если $l_{AB} = 0.1\ м$, $m_1 = m_3 = 10 кг$, $m_2 = 20 кг$, $I_{1S} = I_{3S} = 0.1\ кг \cdot м^2$, $I_{2S} = 0.2\ кг \cdot м^2$, $\omega_1 = 10 \frac{рад}{с}$.

оглавление

Кинетическая энергия динамической модели $T_M = T_1 + T_2 + T_3$,

где T_1 - кинетическая энергия звена 1, совершающего вращательное движение,

$$T_1 = I_{1A} \cdot \frac{\omega_1^2}{2} = (I_{1S} + m_1 l_{AS1}^2) \cdot \frac{\omega_1^2}{2};$$

T_2 - кинетическая энергия звена 2, совершающего плоское движение,

$$T_2 = m_2 \cdot \frac{V_{S2}^2}{2} + I_{2S} \cdot \frac{\omega_2^2}{2};$$

T_3 - кинетическая энергия звена 3, совершающего вращательное движение,

$$T_3 = I_{3D} \cdot \frac{\omega_3^2}{2} = (I_{3S} + m_3 l_{DS3}^2) \cdot \frac{\omega_3^2}{2}.$$

Величина кинетической энергии модели имеет 3 слагаемых по количеству движущихся звеньев:

$$T_M = I_M \cdot \frac{\omega_1^2}{2} = I_1^{ПР} \cdot \frac{\omega_1^2}{2} + I_2^{ПР} \cdot \frac{\omega_1^2}{2} + I_3^{ПР} \cdot \frac{\omega_1^2}{2}.$$

Следовательно,

$$I_1^{ПР} \cdot \frac{\omega_1^2}{2} = (I_{1S} + m_1 l_{AS1}^2) \cdot \frac{\omega_1^2}{2},$$

$$I_2^{ПР} \cdot \frac{\omega_1^2}{2} = m_2 \cdot \frac{V_{S2}^2}{2} + I_{2S} \cdot \frac{\omega_2^2}{2},$$

$$I_3^{ПР} \cdot \frac{\omega_1^2}{2} = (I_{3S} + m_3 l_{DS3}^2) \cdot \frac{\omega_3^2}{2}.$$

Откуда видно, что

$$I_1^{ПР} = I_{1S} + m_1 \cdot l_{AS1}^2,$$

$$I_2^{ПР} = m_2 \cdot \left(\frac{V_{S2}}{\omega_1}\right)^2 + I_{2S} \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2,$$

$$I_3^{ПР} = (I_{3S} + m_3 l_{DS3}^2) \cdot \left(\frac{\omega_3}{\omega_1}\right)^2.$$

По этим формулам определяются приведенные моменты инерции звеньев механизма.

Вернемся к решению задачи. Итак, для заданного положения механизма, план возможных скоростей которого показан на рис. 5, $\omega_2 = 0$, $\omega_3 = \omega_1 = 10\ рад/с$.

Следовательно, $I_1^{ПР} = 0.1 + 10 \cdot (0.75 \cdot 0.1)^2 = 0.15625\ кг \cdot м^2$,

$$I_2^{ПР} = 20 \cdot (0.1)^2 + 0.1 \cdot 0 = 0.2\ кг \cdot м^2,$$

$$I_3^{ПР} = (0.1 + 10 \cdot (0.5 \cdot 0.1)^2) \cdot 1^2 = 0.125\ кг \cdot м^2.$$

оглавление

Суммарный приведенный момент инерции динамической модели равен

$$I_{\Sigma}^{ПР} = I_1^{ПР} + I_2^{ПР} + I_3^{ПР} = 0.48125\,кг \cdot м^2 \ .$$

Пример 3.2. Кулисный механизм

Для механизма, кинематическая схема которого показана на рис. 6, определить приведенный момент инерции динамической модели, если $l_{AB} = 0.1\,м$, $I_{1S} = I_{2S} = 0.1\,кг \cdot м^2$, $m_1 = m_2 = m_3 = 1\,кг$ (центр масс звена 2 находится в точке *B*).

Определим приведенный момент инерции звеньев 2 и 3. Звено 2 совершает плоскопараллельное движение, поэтому

$$T_2 = m_2 \cdot \frac{V_{S2}^2}{2} + I_{2S} \cdot \frac{\omega_2^2}{2} = I_2^{ПР} \cdot \frac{\omega_1^2}{2}.$$

Звено 3 совершает поступательное движение, поэтому

$$T_3 = m_3 \cdot \frac{V_{S3}^2}{2} = I_3^{пр} \ \frac{\omega_1^2}{2}.$$

Откуда $$I_3^{ПР} = m_3 \cdot \left(\frac{V_{S3}}{\omega_1}\right)^2.$$

Формула для определения суммарного приведенного момента инерции будет иметь вид:

$$I_{\Sigma}^{ПР} = I_{1S} + m_2 \cdot \left(\frac{V_B}{\omega_1}\right)^2 + I_{2S} \cdot \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 + m_3 \cdot \left(\frac{V_{S3}}{\omega_1}\right)^2.$$

Из плана скоростей механизма (см. рис. 6**)** видно, что

$$\omega_2 = \omega_3 = 0\,, \frac{V_B}{\omega_1} = l_{AB}\ , \ \frac{V_{S3}}{\omega_1} = \frac{V_B}{\omega_1} \cdot \cos(45^0) = l_{AB} \cdot \cos(45^0).$$

Следовательно,

$$I_{\Sigma}^{ПР} = 0.1 + 1 \cdot 0.1^2 + 1 \cdot (0.1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})^2 = 0.1 + 0.1 + 0.0025 = 0.115\,кг \cdot м^2$$

оглавление

4. Задачи четвертая и пятая. Закон движения динамической модели

Четвертая и пятая задачи рубежного контроля служат для проверки знаний по разделу дисциплины, посвященному анализу закона движения механизма под действием заданных сил. Напомним, что такой анализ для механизмов с одной степенью свободы проводится с помощью одномассной динамической модели (см. рис. 9). В основе анализа лежит описанное выше приведение масс звеньев исходного механизма к так называемому звену приведения. В качестве последнего выбирается начальное звено, которому присвоен номер 1.

Приведенные моменты инерции механизма при этом можно условно разделить на две группы. В первую группу входят моменты инерции, связанные с звеном приведения постоянным передаточным отношением, и само это звено. Приведенные моменты инерции этой группы звеньев являются постоянными ($I_I^{ПР} = const$). Во вторую группу включены все остальные звенья. Приведенные моменты инерции этой группы звеньев - переменные ($I_{II}^{ПР} = var$). Следовательно, и суммарный приведенный момент инерции модели $I_{\Sigma}^{ПР} = I_I^{ПР} + I_{II}^{ПР}$ будет переменной величиной.

При анализе также предполагается, что все внешние силы и моменты, приложенные к звеньям исходного механизма, могут быть заменены приведенным суммарным моментом $M_{\Sigma}^{ПР}$, который зависит от углового положения начального звена φ_1.

При указанных предположениях движение модели может быть описано одним из следующих уравнений, которые называются уравнениями движения механизма соответственно в энергетической и дифференциальной форме:

$$I_{\Sigma}^{ПР} \cdot \frac{\omega_1^2}{2} - T_{НАЧ} = A_{\Sigma} ,$$

$$I_{\Sigma}^{ПР} \cdot \frac{d\omega_1}{dt} + \frac{1}{2} \cdot \frac{dI_{\Sigma}^{ПР}}{d\varphi_1} \cdot \omega_1^2 = M_{\Sigma}^{ПР} .$$

Здесь $T_{НАЧ} = I_{\Sigma НАЧ}^{ПР} \cdot \frac{\omega_{1НАЧ}}{2}$ - кинетическая энергия механизма в начальный момент движения.

Суммарная работа внешних сил определяется из выражения:

$$A_{\Sigma} = \int_{\varphi_{1НАЧ}}^{\varphi_1} M_{\Sigma}^{ПР} d\varphi_1 .$$

оглавление

Из уравнения движения в энергетической форме можно получить выражение для определения угловой скорости модели :

$$\omega_м = \omega_1 = \sqrt{2\frac{A_\Sigma + T_{нач}}{I_\Sigma^{ПР}}}.$$

Угловое ускорение модели можно вычислить двумя способами. Первый из них основывается на преобразовании выражения для угловой скорости с учетом перехода от независимой переменной (времени t) к обобщенной угловой координате φ_1 :

$$\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt} = \frac{d\omega_1}{d\varphi_1}\cdot\frac{d\varphi_1}{dt} = \omega_1\cdot\frac{d\omega_1}{d\varphi_1}.$$

Во втором способе используется уравнение движения, записанное в дифференциальной форме

$$\varepsilon_1 = \frac{M_\Sigma^{ПР}}{I_\Sigma^{ПР}} - \frac{\omega_1^2}{2I_\Sigma^{ПР}}\cdot\frac{dI_\Sigma^{ПР}}{d\varphi_1}.$$

В этом случае для определения углового ускорения должна быть известна не только зависимость частоты вращения ω_1 от угла поворота звена приведения φ_1, но и зависимости суммарного приведенного момента инерции $I_\Sigma^{ПР}$ и суммарного момента внешних сил $M_\Sigma^{ПР}$ от того же угла поворота.

Выбор способа для решения задачи определяется режимом работы машины (установившимся или неустановившимся). Если в условиях задач режим явно не указан, то следует использовать косвенные признаки, которые могут быть применены для поиска решения. Например, одним из признаков установившегося движения является то, что сумма работ всех сил за время рабочего процесса цикла равна нулю $\Sigma A_Ц = 0$, $A_\Sigma^Ц = 0$.

Если учесть, что работа сил тяжести для механизмов с циклическим движением также равна нулю, то работа движущих сил будет равна работе сил сопротивления за цикл: $A_д^Ц = A_C^Ц$. Указанные признаки являются следствиями свойств установившегося режима движения, для которого за цикл работы не происходит увеличения или уменьшения кинетической энергии машины, поэтому скорости движения начального звена в начале и в конце цикла одинаковы.

оглавление

Для оценки неравномерности движения машины за цикл в установившемся режиме используется величина, называемая коэффициентом неравномерности движения:

$$\delta = \frac{\omega_{1MAX} - \omega_{1MIN}}{\omega_{1CP}},$$

где ω_{1CP} - среднее значение частоты вращения, ω_{1MAX} и ω_{1MIN} - максимальное и минимальное значения частоты вращения за цикл. Обычно стремятся к тому, чтобы неравномерность движения в установившемся режиме была достаточно малой, т.е. δ << 1. Достигают этого присоединением к начальному звену дополнительной массы, называемой маховиком. В расчетах маховая масса учитывается путем увеличения приведенного момента инерции 1-й группы звеньев $I_I^{ПР}$.

На основании уравнения движения в энергетической форме можно записать $dT = dA_\Sigma$. Тогда $dT = dT_I + dT_{II} = dA_\Sigma$ или $dT_I = d(A_\Sigma - T_{II})$. Поскольку $I_I^{ПР} = const$, то $dT_I = d\left(\frac{I_I^{ПР} \cdot \omega_1^2}{2}\right) = I_I^{ПР} \cdot \omega_1 \cdot d\omega_1 \approx I_I^{ПР} \cdot \omega_{1CP} \cdot d\omega_1$. Окончательно имеем

$$I_I^{ПР} \cdot \omega_{1CP} \cdot d\omega_1 \approx d(A_\Sigma - T_{II}).$$

Переходя от дифференциалов к конечным приращениям, определяемым за цикл движения механизма, получим

$$I_I^{ПР} \cdot \omega_{1CP} \cdot \Delta\omega_{1НБ} = I_I^{ПР} \cdot \omega_{1CP}^2 \cdot \delta = \Delta\,(A_\Sigma - T_{II})_{НБ} = \Delta T_{1НБ},$$

где $\Delta\omega_{1НБ}$ и $\Delta T_{1НБ}$ - наибольшие изменения за цикл частоты вращения и кинетической энергии 1-й группы звеньев. Следовательно,

$$\delta = \frac{\Delta T_{1НБ}}{I_I^{ПР} \cdot \omega_{1CP}^2} = \frac{\Delta\,(A_\Sigma - T_{II})_{НБ}}{I_I^{ПР} \cdot \omega_{1CP}^2}.$$

Эта формула позволяет провести оценку неравномерности установившегося движения при заданных параметрах динамической модели, а также может быть использована для подбора этих параметров для заданных значений коэффициента неравномерности.

Далее рассмотрим несколько типичных задач. Задачи составлены таким образом, чтобы содержащаяся в них информация была достаточной для получения однозначного ответа. Задачи носят в основном смысловой характер и требуют минимального объема простых вычислений.

оглавление

Пример 4.1. Определение работы внешних сил

На рис. 14 представлена зависимость приведенного движущего момента $M_д^{ПР}$ от угла поворота звена приведения φ_1 некоторого механизма. Определить работу движущего момента $A_д$ при повороте звена приведения из позиции 2 в позицию 6.

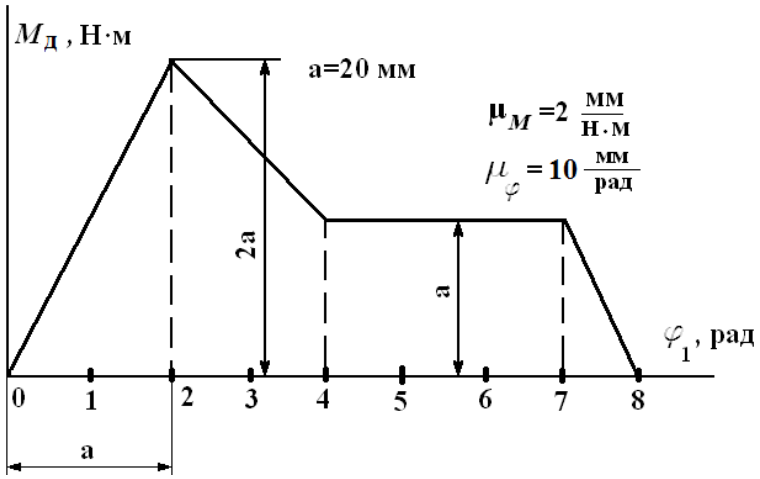


Рис. 14 Приведенный движущий момент

Известно, что работа момента движущих сил может быть определена по формуле

$$A_д = \int_{\varphi_{НАЧ}}^{\varphi_{КОН}} M_д^{ПР} d\varphi_1,$$

где $\varphi_{НАЧ}$ и $\varphi_{КОН}$ - значения угла поворота звена приведения в начальном и конечном положениях.

Геометрическая интерпретация интеграла представляет собой площадь под кривой, а процедура интегрирования идентична процедуре суммирования. Следовательно, результат будет определяться суммой площадей под кривой приведенного движущего момента от позиции 2 до позиции 6:

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a + 2 \cdot a \cdot a = \frac{3}{2} \cdot a^2$$

С учетом масштабов графических построений получим значение работы движущего момента:

$$A_д = \frac{S}{\mu_M \cdot \mu_\varphi} = \frac{3 \cdot 400}{2 \cdot 2 \cdot 10} = 30 \text{ Дж}.$$

оглавление

Пример 4.2. Определение скорости движения

На рис. 15 приведены зависимости суммарной работы внешних сил A_Σ и суммарного приведенного момента инерции $I_\Sigma^{ПР}$ от угла поворота звена приведения φ_1 некоторого механизма. Определить значение частоты вращения звена приведения ω_1 в позиции ***i***, если в начальной позиции оно было неподвижно.

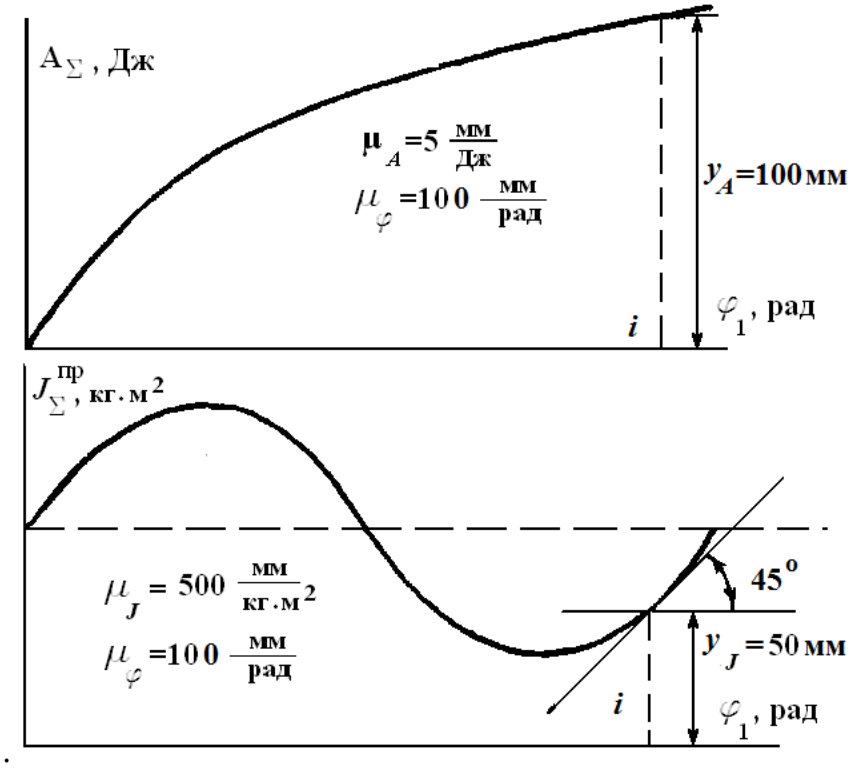


Рис. 15 Суммарная работа и приведенный суммарный момент инерции.

Для неустановившегося режима движения (его признаком является увеличение значения суммарной работы A_Σ за цикл) частоту вращения находят по формуле $\omega_м = \omega_1 = \sqrt{2\frac{A_\Sigma + T_{нач}}{I_\Sigma^{ПР}}}$. Так как в начальном положении механизм неподвижен ($\omega_{1НАЧ} = 0$), и начальная кинетическая энергия механизма $T_{НАЧ} = \frac{1}{2} \cdot I_{\Sigma НАЧ}^{ПР} \cdot \omega_{1НАЧ}^2 = 0$, то

$$A_\Sigma = \frac{y_A}{\mu_A} = \frac{100}{5} = 20\ Дж,\ I_\Sigma^{ПР} = \frac{y_I}{\mu_I} = \frac{50}{500} = 0.1\ кг \cdot м^2.$$

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{2A_\Sigma}{I_\Sigma^{ПР}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{0.1}} = 20\ \frac{рад}{с}.$$

оглавление

Пример 4.3. Определение ускорения движения (первый способ)

На рис. 16 представлена зависимость частоты вращения звена приведения ω_1 от угла поворота φ_1. Определить правильное соотношение между угловыми ускорениями ε_1 в позициях 3 и 7.

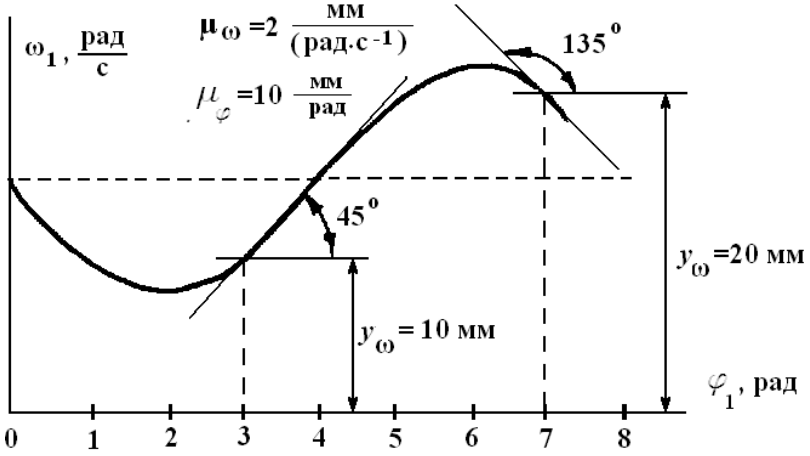


Рис. 16. Угловая скорость звена приведения.

По определению $\varepsilon_1 = \frac{d\omega_1}{dt}$. Если заменить переменные, то $\varepsilon_1 = \omega_1 \cdot \frac{d\omega_1}{d\varphi_1}$.

Соотношение $\frac{d\omega_1}{d\varphi_1}$ равно тангенсу угла наклона касательной к кривой угловой скорости в данной позиции. Следовательно, $\varepsilon_1 = \frac{y_\omega}{\mu_\omega} \cdot \frac{\mu_\varphi}{\mu_\omega} \cdot tg\alpha_i = \frac{\mu_\varphi}{\mu_\omega^2} \cdot y_\omega \cdot tg\alpha_i$;

в третьей позиции $\varepsilon_1 = \frac{10}{4} \cdot 10 \cdot 1 = 25\ \text{рад/с}^2$,

в седьмой позиции $\varepsilon_1 = \frac{10}{4} \cdot 20 \cdot (-1) = -50\ \text{рад/с}^2$.

Пример 4.4. Определение ускорения движения (второй способ)

На рис. 17 приведены зависимости суммарной работы A_Σ и суммарного приведенного момента инерции $I_\Sigma^{ПР}$ от угла поворота звена приведения φ_1 некоторого механизма при разгоне из неподвижного состояния под действием постоянного

оглавление

приведенного движущего момента $M_{\partial}^{ПР} = 200\,Н\cdot м$. Определить величину углового ускорения ε_1 в i - ой позиции.

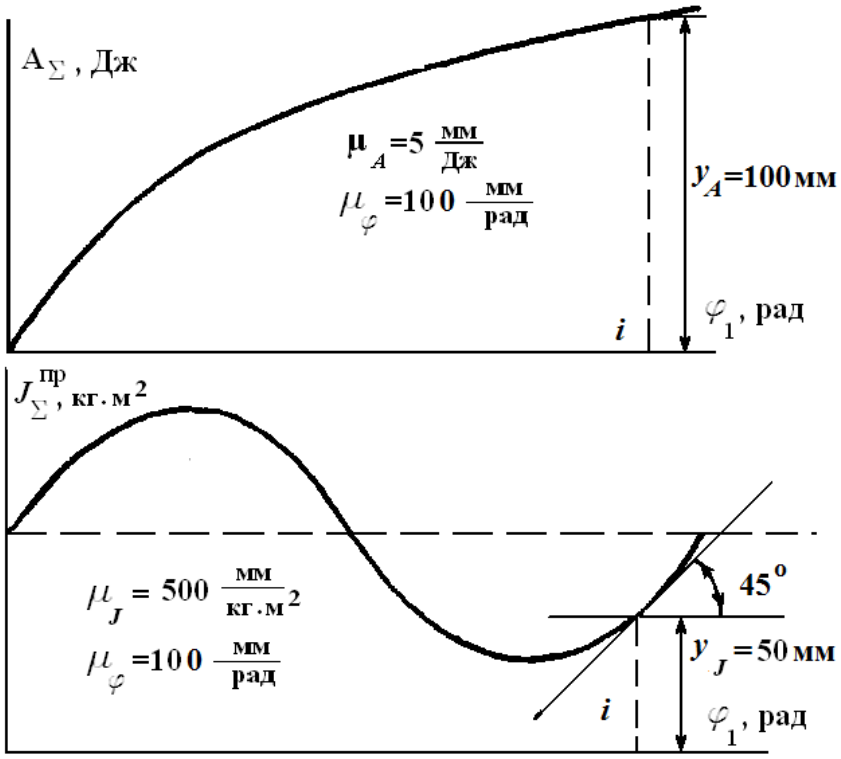


Рис. 17. Суммарная работа и приведенный суммарный момент инерции

В основе решения лежит использование уравнения, которое справедливо и для неустановившегося режима разгона $\varepsilon_1 = \dfrac{M_{\Sigma}^{ПР}}{I_{\Sigma}^{ПР}} - \dfrac{\omega_1^2}{2\,I_{\Sigma}^{ПР}} \cdot \dfrac{dI_{\Sigma}^{ПР}}{d\varphi_1}$.

Неизвестную частоту вращения ω_1 можно определить способом, изложенным в примере 4.2 $\omega_м = \omega_1 = \sqrt{2\dfrac{A_{\Sigma} + T_{нач}}{I_{\Sigma}^{ПР}}}$. Поскольку движение начинается из неподвижного состояния, то $T_{НАЧ} = 0$. Величины A_{Σ} и $I_{\Sigma}^{ПР}$ определим из графиков $A_{\Sigma} = \dfrac{y_A}{\mu_A} = \dfrac{100}{5} = 20\ Дж$, $I_{\Sigma}^{ПР} = \dfrac{y_I}{\mu_I} = \dfrac{50}{500} = 0.1\ кг.м^2$. Тогда $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{2 \cdot 20}{0.1}} = 20$ рад/с.

Производная $\dfrac{d\,I_{\Sigma}^{ПР}}{d\,\varphi_1}$ численно равна значению тангенса угла наклона касательной к кривой суммарного приведенного момента в заданной позиции механизма, т.е.

$$\frac{d\,I_{\Sigma}^{ПР}}{d\,\varphi_1} = \frac{\mu_{\varphi}}{\mu_I} \cdot tg45^0 = \frac{100}{500} \cdot 1 = 0.2\,\frac{кг \cdot м^2}{рад}.$$

оглавление

Учитывая, что значение приведенного движущего момента известно, определим угловое ускорение $\varepsilon_1 = \frac{200}{0.1} - \frac{400}{2 \cdot 0.1} \cdot 0.2 = 1600 \frac{рад}{с^2}$.

Следовательно, звено приведения в i-й позиции будет двигаться с ускорением 1600 $рад/с^2$.

Пример 4.5. Коэффициент неравномерности движения

На рис. 18 приведена зависимость частоты вращения звена приведения ω_1 от угла поворота данного звена φ_1. Определить максимальное значение частоты вращения ω_{1MAX} за цикл установившегося движения, если задан коэффициент неравномерности движения δ = 0,02.

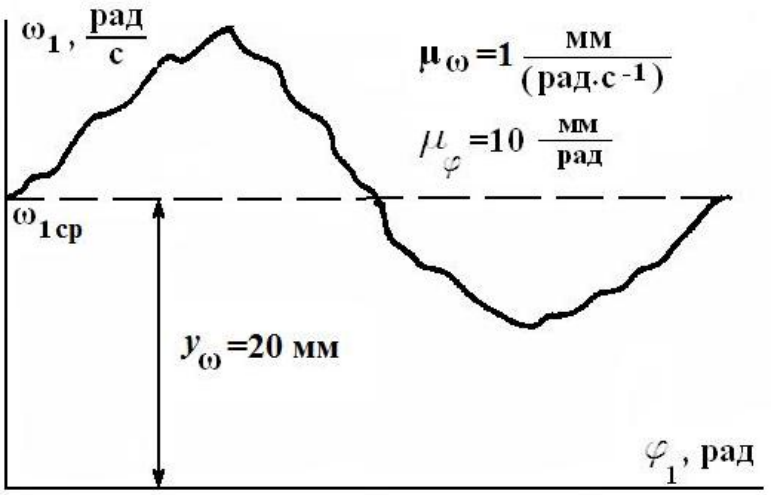


Рис. 18 Частота вращения звена приведения.

Коэффициент неравномерности движения определяется по формуле $\delta = \frac{\omega_{1MAX} - \omega_{1MIN}}{\omega_{1CP}}$.

Учитывая, что $\omega_{1CP} = \frac{\omega_{1MAX} + \omega_{1MIN}}{2}$, получим $\delta = 2 \cdot \frac{\omega_{1MAX} - \omega_{1MIN}}{\omega_{1MAX} + \omega_{1MIN}}$.

После элементарных алгебраических преобразований приходим к формуле для вычисления ω_{1MAX} при заданных условиях $\omega_{1MAX} = \omega_{1CP} + \frac{1}{2} \cdot \omega_{1CP} \cdot \delta$.

$$\omega_{1MAX} = \frac{y_\omega}{\mu_\omega} + \frac{1}{2}\frac{y_\omega}{\mu_\omega} \cdot 0{,}02 = 20 + \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 0{,}02 = 20{,}2 \ рад/с.$$

оглавление

Последующие примеры иллюстрируют решение задач, касающихся анализа установившегося движения механизма с использованием общего подхода, а также простого и наглядного метода Н .И .Мерцалова.

Пример 4.6. Изменение кинетической энергии механизма за цикл

На рис. 19 представлена зависимость частоты вращения звена приведения ω_1 от угла поворота данного звена φ_1 за цикл установившегося движения некоторого механизма. Определить наибольшее изменение кинетической энергии 1-й группы звеньев $\Delta T_{1НБ}$, если приведенный момент инерции этой группы $I_I^{ПР} = 4 \ \ кг \cdot м^2$.

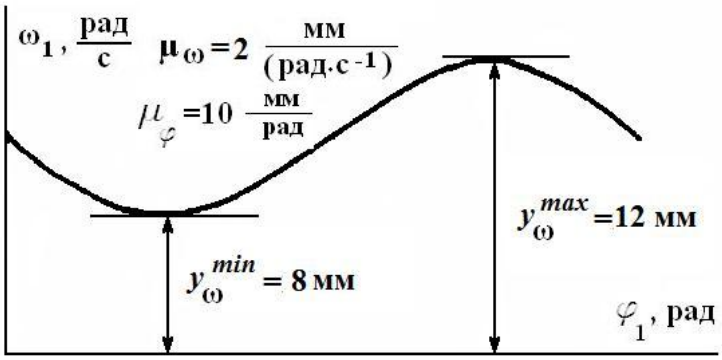


Рис. 19 Частота вращения звена приведения

Наибольшее значение кинетической энергии 1-й группы звеньев связано с частотой вращения следующей зависимостью: $\Delta T_{1НБ} = I_1^{ПР} \cdot \omega_{1CP}^2 \cdot \delta$.

Определим минимальное и максимальное значения частоты вращения

$$\omega_{1MAX} = \frac{y_\omega^{MAX}}{\mu_\omega} = \frac{12}{2} = 6 \ рад/с, \qquad \omega_{1MIN} = \frac{y_\omega^{MIN}}{\mu_\omega} = \frac{8}{2} = 4 \ рад/с.$$

Среднее значение частоты вращения равно $\omega_{1CP} = \frac{\omega_{1MAX} + \omega_{1MIN}}{2} = \frac{6+4}{2} = 5 \ рад/с$.

Коэффициент неравномерности движения равен $\delta = \frac{\omega_{1MAX} - \omega_{1MIN}}{\omega_{1CP}} = \frac{6-4}{5} = 0{,}4$.

Следовательно, $\Delta T_{1НБ} = I_1^{ПР} \cdot \omega_{1CP}^2 \cdot \delta = 4 \cdot 25 \cdot 0{,}4 = 40 \ Дж$.

оглавление

Пример 4.7. Анализ движения механизма по методу Н. И. Мерцалова

На рис. 20 представлены зависимости суммарной работы A_Σ от угла поворота звена приведения φ_1 и моментов инерции 2-й группы звеньев I_{II}^1 и I_{II}^2 двух механизмов. Определить соотношение между коэффициентами неравномерности движения δ^1 и δ^2 этих механизмов при условии равенства средних частот вращения $\omega_{1CP}^1 = \omega_{1CP}^2 = 1\ рад/с$ и моментов инерции 1-й группы звеньев $I_I^1 = I_I^2$.

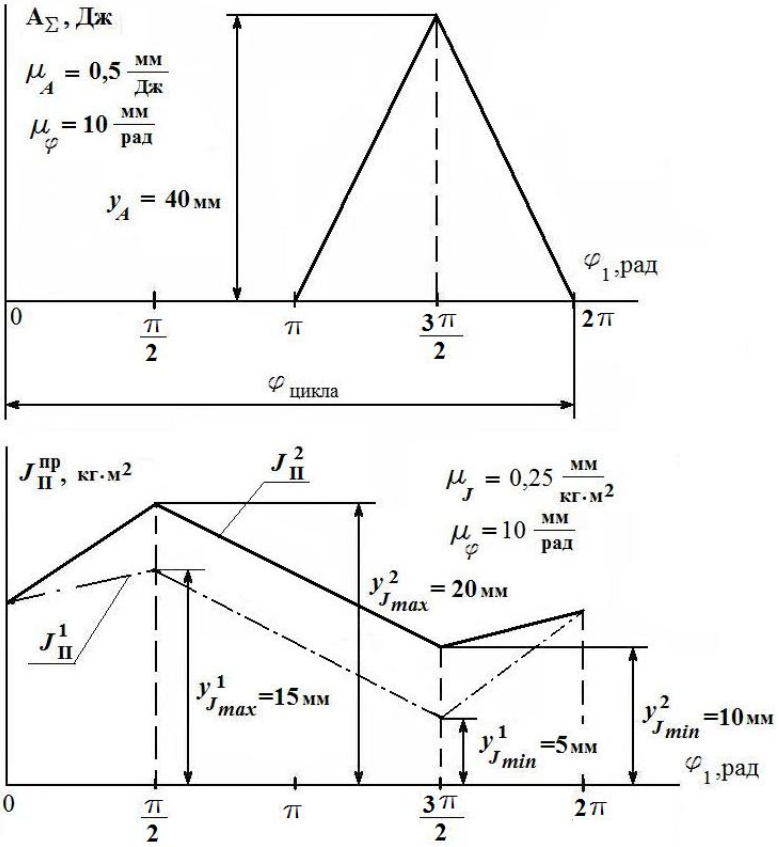


Рис.20. Суммарная работа и приведенный момент инерции II группы звеньев.

Прежде чем приступить к решению, необходимо напомнить последовательность анализа движения механизма по методу Н. И. Мерцалова.

1. Построение графика суммарной приведенной работы по имеющемуся графику суммарного приведенного момента.
2. Построение графика суммарного приведенного момента инерции.
3. Определение и построение графика кинетической энергии второй группы звеньев $T_{II} = \frac{1}{2} \cdot I_{II}^{ПР} \cdot \omega_{1CP}^2$.
4. Построение графика кинетической энергии первой группы звеньев и определение $\Delta T_{1НБ}$.
5. Определение момента инерции $I_I^{ПР}$ или коэффициента неравномерности δ.

оглавление

1-й и 2-й этапы в данной задаче исключаются, т.к. перечисленные зависимости заданы. Из 3-го этапа следует, что графики $T_{II}(\varphi_1)$ и $I_{II}^{ПР}(\varphi_1)$ совпадают с учетом связи между их масштабами $\mu_T = \frac{2 \cdot \mu_I}{\omega_{1CP}^2} = 2\mu_I = 0{,}5\,\frac{мм}{Дж}$.

В соответствии с 4-м этапом необходимо построить график $T_1(\varphi_1)$, воспользовавшись зависимостью $T_I = A_\Sigma - T_{II} + T_{НАЧ}$. Однако, в данном случае достаточно легко догадаться, что минимальное значение кинетической энергии 1-й группы звеньев обоих механизмов будет соответствовать $\varphi_1 = \frac{\pi}{2}$, а максимальное - $\varphi_1 = \frac{3 \cdot \pi}{2}$.

$$T_{IMIN}^1 - T_{НАЧ} = 0 - \frac{y_{TMAX}^1}{\mu_T} = 0 - \frac{15}{0{,}5} = -30\ Дж,$$

$$T_{IMIN}^2 - T_{НАЧ} = 0 - \frac{y_{TMAX}^2}{\mu_T} = 0 - \frac{20}{0{,}5} = -40\ Дж.$$

Знак “-” в полученных результатах означает, что расчеты выполнены не от нулевого значения кинетической энергии (покой), а от некоторого начального значения $T_{НАЧ}$.

$$T_{IMAX}^1 = \frac{y_A}{\mu_A} - \frac{y_{TMIN}^1}{\mu_T} = \frac{40}{0{,}5} - \frac{5}{0{,}5} = 70\ Дж,$$

$$T_{IMAX}^2 = \frac{y_A}{\mu_A} - \frac{y_{TMIN}^2}{\mu_T} = \frac{40}{0{,}5} - \frac{10}{0{,}5} = 60\ Дж.$$

Тогда

$$\Delta T_{IНБ} = T_{IMAX} - T_{IMIN},$$

$$\Delta T_{IНБ}^1 = 70 - (-30) = 100\ Дж,$$

$$\Delta T_{IНБ}^2 = 60 - (-40) = 100\ Дж.$$

Коэффициент неравномерности может быть определен по формуле $\delta = \frac{\Delta T_{IНБ}}{I_I^{ПР} \cdot \omega_{1CP}^2}$.

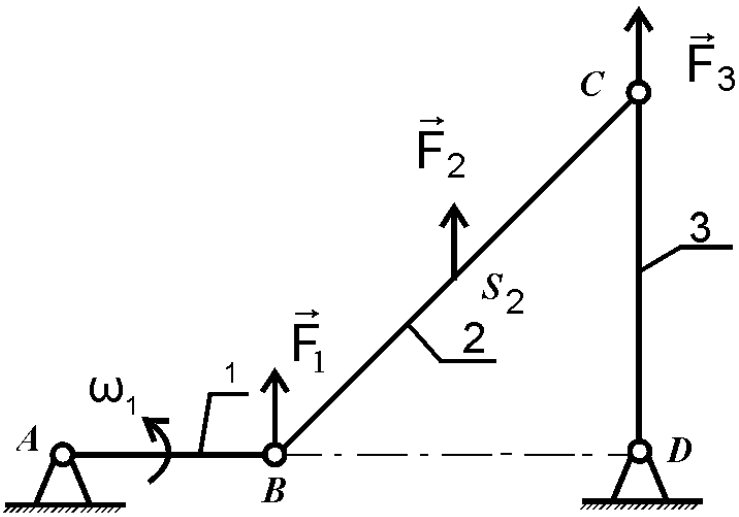
Из исходных данных следует, что знаменатель в выражении для определения δ является постоянной величиной. Но из расчетов видно, что $\Delta T_{IНБ}^1 = \Delta T_{IНБ}^2$, поэтому $\delta^1 = \delta^2$.

оглавление

Задачи для самостоятельного решения

Ниже приведены задачи для самостоятельного решения. Ответы можно узнать, если нажать на слово «Ответ».

Задача 1.



На рисунке приведена схема четырехзвенного механизма.

$\varphi_1 = 0^0$, $\angle BDC = 90^0$, $l_{BS2} = l_{CS2}$

$l_{AB} = 0{,}1\ м, l_{CD} = 0{,}2\ м, l_{AD} = 0{,}3\ м$,

$m_2 = 2\ кг, I_{2S} = 0{,}02\ кг \cdot м^2$,

$F_1 = F_2 = F_3 = 100\ Н$,

$\omega_1 = 10\ рад/с.$

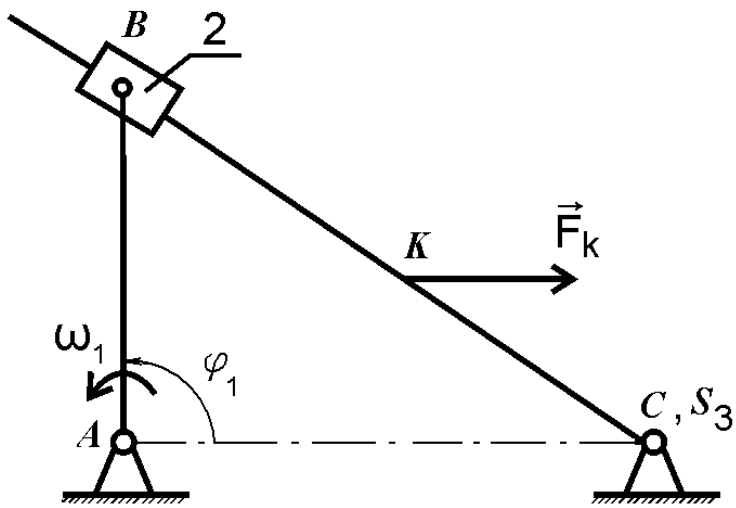
Вопрос 1. Определить линейную скорость точки S_2 . ***«Ответ»***

Вопрос 2. Определить суммарный приведенный к звену 1 момент $M_{\Sigma}^{ПР}$ от приложенных сил $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ и $\vec{F}_3$. Какой из приведенных моментов от указанных сил равен нулю? ***«Ответ»***

Вопрос 3. Определить суммарный приведенный к звену 1 момент инерции шатуна 2

$I_2^{ПР} = I_{2П}^{пр} + I_{2B}^{пр}$. ***«Ответ»***

Задача 2.



На рисунке приведена схема кулисного механизма.

$\varphi_1 = 90^0$, $\angle BCA = 30^0$,

$l_{AB} = 0{,}1\ м, l_{KC} = 0{,}1 м$,

$m_3 = 5\ кг, I_{3S} = 0{,}064\ кг \cdot м^2$,

F_K =400 Н,

$\omega_1 = 20\ рад/с.$

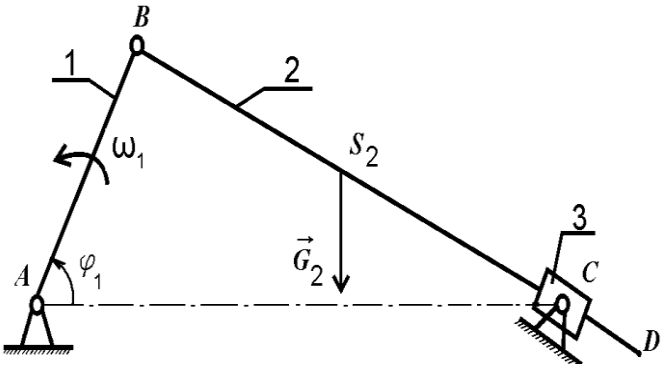
оглавление

Вопрос 1: Определить линейную скорость точки К. **«Ответ»**

Вопрос 2: Определить приведенный к звену 1 момент от приложенной силы $\vec{F}_K$. **«Ответ»**

Вопрос 3: Определить приведенный к звену 1 момент инерции кулисы $I_3^{ПР}$. **«Ответ»**

Задача 3.



На рисунке приведена схема кулисного механизма с качающимся звеном.

$\varphi_1 = 60^0$, $\angle ABC = 90^0$,

$l_{AC} = 0{,}3\ м$, $l_{CD} = l_{BS2} = l_{S2C}$,

$m_2 = 2\ кг$, $I_{2S} = 0{,}04\ кг \cdot м^2$,

$\omega_1 = 20\ рад/с$.

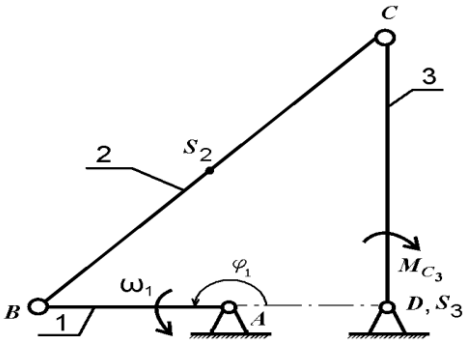
Вопрос 1: Определить линейную скорость точки D. **«Ответ»**

Вопрос 2: Определить приведенный к звену 1 момент от силы тяжести звена G_2.

Принять $g = 10 м/с^2$. **«Ответ»**

Вопрос 3: Определить приведенный к звену 1 момент инерции шатуна 2 $I_2^{пр}$. **«Ответ»**

Задача 4.



На рисунке приведена схема четырехзвенного механизма.

$\varphi_1 = 180^0$, $\angle BCD = 45^0$, $\angle CDA = 90^0$,

$l_{AB} = 0{,}1\ м$, $l_{AD} = 0{,}1 м$, $l_{CD} = 0{,}2\ м$, $l_{BS2} = l_{S2C}$,

$m_2 = 2\ кг$, $m_3 = 3\ кг$,

$I_{2S} = 0{,}02\ кг \cdot м^2$, $I_{3S} = 0{,}04\ кг \cdot м^2$,

$M_{C3} = 20\ Н \cdot м$, $\omega_1 = 20\ рад/с$.

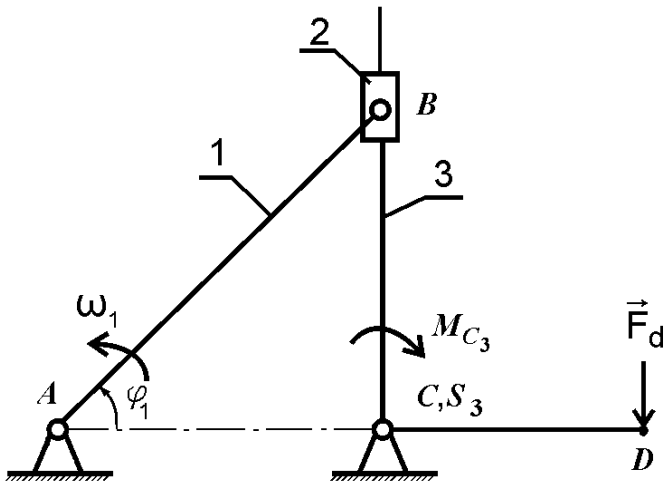
Вопрос 1: Определить угловую скорость шатуна 2 ω_2. **«Ответ»**

Вопрос 2: Определить приведенный к звену 1 момент от приложенного к звену 3 момента $M_{MC3}^{ПР}$. **«Ответ»**

Вопрос 3: Определить суммарный приведенный к звену 1 момент инерции шатуна 2 и коромысла 3 $I_{\Sigma}^{ПР}$. **«Ответ»**

оглавление

Задача 5.



На рисунке приведена схема кулисного механизма.

$\varphi_1 = 45^0$, $\angle BCA = 90^0$,

$l_{AB} = 0{,}2\ м$, $l_{CD} = 0{,}2 м$,

$m_3 = 2\ кг$, $I_{3S} = 0{,}02\ кг \cdot м^2$,

$F_D = 50\ Н$, $M_{C3} = 10\ Н$,

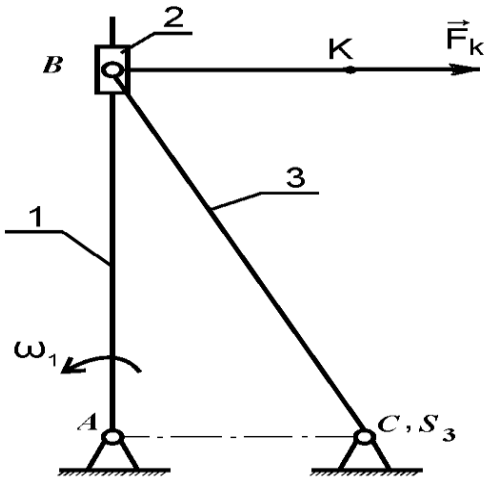
$\omega_1 = 5\ рад/с$.

Вопрос 1: Определить линейную скорость точки D. ***«Ответ»***

Вопрос 2: Определить суммарный приведенный к звену 1 момент от силы $\vec{F}_D$ и момента M_{C3} . ***«Ответ»***

Вопрос 3: Определить приведенный к звену 1 момент инерции звена 3 $I_3^{ПР}$. ***«Ответ»***

Задача 6.



На рисунке приведена схема кулисного механизма.

$\varphi_1 = 90^0$,

$l_{AC} = l_{BK} = 0{,}1\ м$, $l_{AB} = 0{,}2\ м$,

$m_3 = 2\ кг$, $I_{3S} = 0{,}03\ кг \cdot м^2$,

$F_K = 200\ н$,

$\omega_1 = 10\ рад/с^2$.

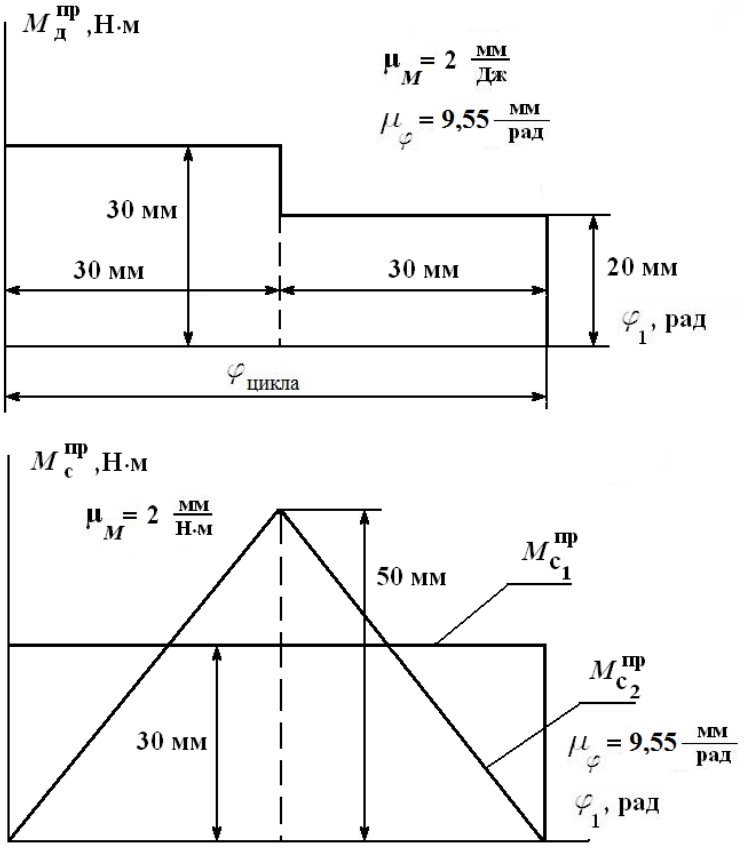
Вопрос 1: Определить линейную скорость точки K. ***«Ответ»***

Вопрос 2: Определить приведенный к звену 1 момент от силы $\vec{F}_K$. ***«Ответ»***

Вопрос 3: Определить приведенный к звену 1 момент инерции звена 3 $I_3^{ПР}$. ***«Ответ»***

оглавление

Задача 7.

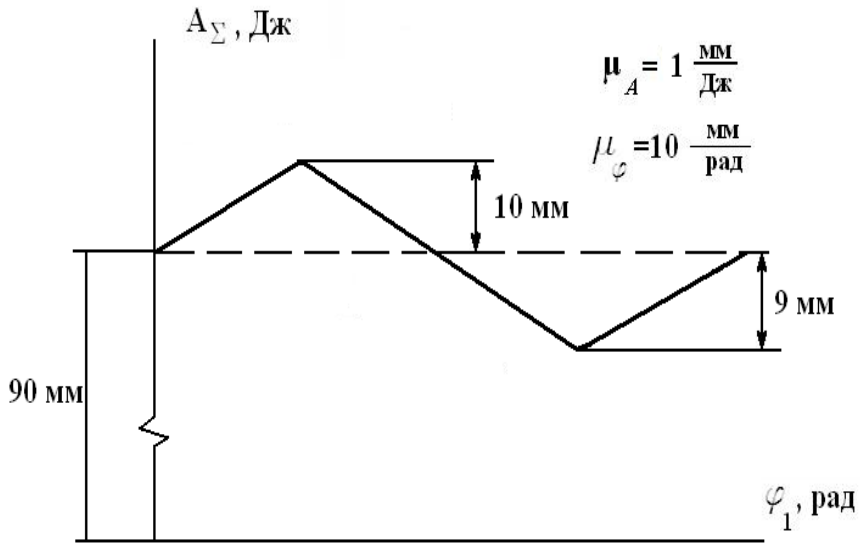


На рисунке представлены зависимости приведенного движущего момента $M_д^{ПР}$ и приведенных моментов сопротивления $M_{C1}^{ПР}$ и $M_{C2}^{ПР}$ в зависимости от угла поворота звена приведения φ_1 некоторого механизма.

Укажите правильное соотношение между работами $A_д$, A_{C1} и A_{C2} этих моментов, совершаемыми за цикл. ***«Ответ»***

1. $A_д > A_{c_1}$ 2. $A_д < A_{c_2}$ 3. $A_д = A_{c_2}$ 4. $A_{c_1} = A_{c_2}$ 5. $A_{c_1} < A_{c_2}$

Задача 8.



На рисунке представлена зависимость кинетической энергии T некоторого механизма от угла поворота звена приведения φ_1 за цикл установившегося режима движения.

Определить коэффициент неравномерности движения δ, если приведенный суммарный момент инерции $I_\Sigma^{ПР} = 0{,}02\ кг \cdot м^2$ является величиной постоянной. ***«Ответ»***

оглавление

Ответы на вопросы задач для самостоятельного решения

Для возврата к условиям задачи нажмите слово «Задача».

Задача 1. Вопрос 1. Ответ: $V_{S2} = 0{,}707\ м/с$

Вопрос 2. Ответ: $M_{\Sigma}^{ПР} = 15\ Н \cdot м\ ;\ M_{F3}^{ПР} = 0$

Вопрос 3. Ответ: $I_2^{ПР} = 0{,}015\ кг \cdot м^2$

Задача 2. Вопрос 1. Ответ: $V_K = 0{,}5\ м/с$

Вопрос 2. Ответ: $M_F^{ПР} = -5\ Н \cdot м$

Вопрос 3. Ответ: $I_3^{ПР} = 0{,}004\ кг \cdot м^2$

Задача 3. Вопрос 1. Ответ: $V_D = 3\ м/с$

Вопрос 2. Ответ: $M_{G2}^{пр} = -1{,}5\ Н \cdot м$

Вопрос 3. Ответ: $I_2^{пр} = 0{,}045\ кг \cdot м^2$

Задача 4. Вопрос 1. Ответ: $\omega_2 = 10\ рад/с$

Вопрос 2. Ответ: $M_{MC3}^{ПР} = -5\ Н \cdot м$

Вопрос 3. Ответ: $I_{\Sigma}^{ПР} = 0{,}025 кг \cdot м^2$

Задача 5. Вопрос 1. Ответ: $V_D = 1\ м/с$

Вопрос 2. Ответ: $M_{\Sigma}^{ПР} = -20\ Н \cdot м$

Вопрос 3. Ответ: $I_3^{ПР} = 0{,}02\ кг \cdot м^2$

Задача 6. Вопрос 1. Ответ: $V_K = 2\ м/с$

Вопрос 2. Ответ: $M_{FK}^{ПР} = -40\ Н \cdot м$

Вопрос 3. Ответ: $I_3^{ПР} = 0{,}03\ кг \cdot м^2$

Задача 7. Ответ: Правильное соотношение под номером 3 - $A_{\partial} = A_{C2}$.

Задача 8. Ответ: $\delta = \frac{2}{19} \approx 0{,}1$

оглавление

Список литературы

1. Теория механизмов и механика машин: Учебник для втузов/Под ред. К.В. Фролова - М.: Высшая школа,2005,496 с.
2. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин. – М.: Наука, 1988,640 с.
3. Теория механизмов и машин: Учебное пособие/ Г.А.Тимофеев, С.А.Попов, В.А. Никоноров и др.; Под ред. Г.А.Тимофеева. – М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 92с.

оглавление